

LES NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1 :

1) Mettre sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

$$z_1 = (3 - i)(5 + i) ; z_2 = (2 + 3i)^5 ;$$

$$z_3 = \frac{1}{3 - 2i} ; z_4 = \frac{(1 + i)(3 - 2i)}{(2 + i)(1 - i)}$$

2) Calculer $A = i^{30}$; $B = i^{215}$

3) Déterminer un argument de z dans chacun des cas suivants :

$$z = -1 + i ; z = \sqrt{6} + \sqrt{6}i ; z = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} ;$$

$$z = (2 + 2i)(1 - i) ; z = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{1 + i} ;$$

$$z = (-1 - i)^4 ; z = \frac{(1 + i)^3}{1 - \sqrt{3}}$$

4) Ecrire sous forme exponentielle :

$$z_1 = \cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5} ; z_2 = \sin \frac{\pi}{7} + i \cos \frac{\pi}{7}$$

$$z_3 = 1 - i \tan \frac{\pi}{10} ; z_4 = \frac{1 + e^{\frac{\pi}{3}}}{1 - e^{\frac{\pi}{3}}}$$

$$z_5 = \frac{1 - \cos \theta - i \sin \theta}{1 + \cos \theta - i \sin \theta} ;$$

$$z_6 = \cos x + \sin x + i(\cos x - \sin x)$$

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct.

1) Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant :

a) $|z - 3| = |z + i|$; b) $|iz + 3| = |z + 4 + i|$

c) $|\bar{z} + 3i| = 3$ d) $|z - \bar{z} + i| = 2$

e) $|\bar{z} - 2 + i| = |z + 5 - 2i|$

f) $\arg(3i - z) = 0[2\pi]$;

g) $\arg(\bar{z}) = -\arg(z)[2\pi]$

h) $\arg\left(\frac{1}{z+2}\right) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$

2) Pour tout nombre complexe $z \neq -1 + 2i$, on pose $Z = \frac{z-2+4i}{z+1-2i}$

a) Déterminer l'ensemble des points M tel que

a) $|Z| = 1$; b) $|Z| = 3$

c) Z est réel ; b) Z est imaginaire pure.

3) Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

a) $\bar{z} = i - z$; b) $2z + \bar{z} = i - z$

c) $z^2 = |\bar{z}|$; d) $2z^2 - 6z + 5 = 0$

e) $|z| - 1 = 1 + 2i$; f) $2z + 6\bar{z} = 3 + 2i$

g) $z^2 + z + 1 = 0$; h) $iz^2 + 2z + 3i = 0$

4) Déterminer les racines carrées :

a) $z = 8 - 6i$ b) $z = 7 + 24i$

c) $z = 2 + 4i$ d) $z = 1 + i$

5) Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

a) $z^2 - (2 + 4i)z - 2 + 4i = 0$

b) $z^2 + (1 - 2i)z + 1 + 5i = 0$

c) $(3 + i)z^2 - (7 - i)z + 10 = 0$

d) $-\left(\frac{z-3i}{z+2}\right)^2 + 6\left(\frac{z-3i}{z+2}\right) - 13 = 0$

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

e) $z^4 - (5 - 14i)z^2 - (24 + 10i) = 0$

5) Montrer que les polynômes complexes suivants admettent une racine réelle puis résoudre dans \mathbb{C} l'équation $P(z) = 0$

a) $P(z) = iz^3 + (i - 5)z^2 - (1 + i)z + 6 - 6i$

b) $P(z) = (1 - 2i)z^3 - (3 + 4i)z^2 + (9 + 17i)z + 38 + 34i$

6) Montrer que les polynômes complexes suivants admettent une racine imaginaire pure puis résoudre l'équation $P(z) = 0$.

a) $P(z) = z^3 + (-1 + 5i)z^2 - (7 + 4i)z + 3 - 3i$

b) $P(z) = iz^3 + (2 + i)z^2 + (-2 - 5i)z + 8 - i$

7) Résoudre dans $\mathbb{C} \times \mathbb{C}$ les systèmes suivants :

$$S_1: \begin{cases} 2iz + z' = 2i \\ 3z - iz' = 1 \end{cases} \quad S_2: \begin{cases} z \times z' = 7 \\ z + z' = 1 \end{cases}$$

Exercice 3 :

1) On pose $z_1 = \frac{\sqrt{6} + i\sqrt{2}}{2}$; $z_2 = 1 - i$; $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$

a) Ecrire z_1 , z_2 et z_3 sous forme trigonométrique.

b) Ecrire z_3 sous forme algébrique.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$

d) Résoudre dans $]-\pi ; \pi[$ l'équation :

$$(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x = 2\sqrt{2}$$

2) On considère les nombres complexes :

$$a = 1 - i; \quad b = 1 - i\sqrt{3}; \quad z = \frac{a^5}{b^4}$$

a) Donner une écriture trigonométrique de z .

b) Donner une écriture algébrique de z .

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

d) Calculer z^{12} et z^{2012}

e) Pour quelles valeurs de l'entier naturel n :
 z^n est réel ; z^n est imaginaire pure .

Exercice 4 :

Soit l'équation

$$(E): z^3 - 2(1 + 2i)z^2 + 7iz + 3(1 - 3i) = 0$$

1) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera

2) Résoudre l'équation (E)

3) Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $z_A = 3i$;

$$z_B = 1 - i \text{ et } z_C = 1 + 2i ; z_D = i$$

a) Placer les points A, B, C et D

b) Quelle est la nature du triangle ACD.

c) Soit $G = \text{bar}\{(A, 1); (B, 2) ; (C, -2)\}$.

Démontrer que les points A, D et G sont alignés.

Exercice 5 :

Résoudre dans \mathbb{C} : $z^3 = 1$

2)a) Développer $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^3$

b) Soit l'équation (E) : $z^3 = 4\sqrt{2}(-1 - i)$

En posant $u = \frac{z}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}$, déterminer sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique les solutions de l'équation (E).

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

Exercice 6 :

On considère l'équation (E) : $z^4 - (2 - i)z^3 - 3iz^2 + (4 - i)z + 1 + 3i = 0$

1) Montrer que (E) admet une solution réelle z_1 et une solution imaginaire pure z_2 .

2) Déterminer les autres solutions de (E) .

3) A, B,C et D les images des solutions de (E). On désigne par z_1, z_2, z_3 et z_4 les solutions de (E)

a) Montrer que $\frac{z_2 - z_4}{z_1 - z_4} \div \frac{z_2 - z_3}{z_1 - z_3}$ est réel

b) Que peut-on dire de A, B, C et D ?

Exercice 7 :

1) Linéariser

$$A(x) = \sin^4 x + \cos^2 x$$

$$B(x) = \cos^3 x \sin^2 x$$

2) Ecrire en fonction de $\cos x$ et $\sin x$

$$C(x) = \sin 5x$$

$$D(x) = \cos 2x \sin 3x$$

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

Exercice 8 :

Soient les points $A(2i)$, $M(z)$ et $M(z')$ tel que $z' = \frac{2iz-5}{z-2i}$

1) On pose $z = x + iy$

a) Montrer que $Im(z) = \frac{2x^2+2y^2+y-10}{x^2+(y-2)^2}$

b) Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tel que z' soit un réel.

3)a) Montrer que $:(z' - 2i)(z - 2i) = -9$

b) Montrer que $AM' \times AM = 9$

c) Montrer que $(\vec{u}; \overrightarrow{AM'}) + (\vec{u}; \overrightarrow{AM}) = \pi + 2k\pi$.

d) En déduire l'ensemble (Δ) des points $M(z)$ tel que $\arg(z' - 2i) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$.

Exercice 9 :

Soit $(E): z^3 + 9iz^2 + (12i - 22)z - 12i - 36 = 0$

1) Montrer que (E) admet une solution réelle z_1 et un solution imaginaire z_2 . En déduire l'autre solution z_3 .

2) Dans le plan complexe muni d'un repère $(O, \vec{u}; \vec{v})$, on donne les points $A(-2)$, $B(-3i)$, $C(2 - 6i)$

a) Donner l'écriture algébrique et trigonométrique de $:\frac{z_1-z_3}{z_1-z_2}$.

b) Que peut-on dire pour le triangle ABC.

3) On pose $Z = \frac{1-i(3-\sqrt{3})-z_2}{z_3-1+5i}$

a) Montrer que $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$

b) Ecrire Z sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

d) Déterminer Z^6 puis résoudre $z^3 = Z^6$

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

4)a) Résoudre dans \mathbb{C} : $z^6 = \frac{1}{3}z_3$.

b) En déduire les solutions dans \mathbb{C} de :

$$1 + iz - z^2 - iz^3 + z^4 = 0$$



XAM SCIENCES

Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68



XAM SCIENCES

Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

Exercice 10 :

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère A, B, C et D d'affixes respectives

$$z_A = -i ; z_B = \sqrt{3} + i, z_C = -2\sqrt{3} + 2i ; z_D = 4i$$

1) a) Placer ces points et justifier la nature du triangle ABC.

b) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

2) Donner la forme trigonométrique de $\frac{z_B^5}{z_C^5}$

3) Soit le point E tel que $z_E = e^{-i\frac{\pi}{4}}z_B$

a) Donner l'affixe de E sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

b) En déduire les valeurs exactes de $\cos(-\frac{\pi}{12})$ et $\sin(-\frac{\pi}{12})$

c) Calculer z_E^n puis trouver le plus petit entier naturel non nul n tel que $z_E^n \in \mathbb{R}$.

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

Exercice 11 :

Soit $w = \sqrt{2 - \sqrt{2}} - i\sqrt{2 + \sqrt{2}}$

- 1)a) Calculer w^2 .
 - b) Determinier le module et un argument de w^2 .
 - c)Donner une écriture exponentielle de w^2 .
- 2) En déduire un argument dew.

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



Exercice 12 :

Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes de module 1. Soit $Z = \frac{(z_1 + z_2)^2}{z_1 z_2}$.

- 1) Montrer que Z est un réel positif.
- 2) Soit z un nombre complexe .Montrer que $|z + i| = |z - i| \Leftrightarrow z \in \mathbb{R}$
- 3) Soient deux points A et B d'affixes respectives où a et b sont deux nombres complexes non nuls .Calculer en fonction de a et b l'affixe z_I du point I barycentre des points A et B affectés respectivement des coefficients $|a|$ et $|b|$.

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



Exercice 13 : (BAC S2 2023)

Un jeune agriculteur décide de pratiquer de la culture sous serre dans son champ .A cet effet, il choisit dans son plan de représentation un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité 4cm .Il place dans ce repere deux points A et B dont les affixes z_A et z_B sont les racines d'un polynôme P défini par :

$P(z) = 2z^3 - 3(1 + i)z^2 + 4iz + 1 - i ; z \in \mathbb{C}$.Son objectif est de pratiquer sa culture dans l'ensemble (E) des points M du plan tel que : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MO}\| \leq 2$ qui contient un point du segment $[AB]$.

- 1) Vérifier que 1 et i sont des racines de P.
- 2) Déterminer le polynôme g tel que :
 $P(z) = (z - 1)(z - i)g(z)$
- 3) Résoudre dans \mathbb{C} , $P(z) = 0$
- 4) On pose $z_A = 1 , z_B = i , z_C = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
 - a) Placer les points A, B et C.
 - b) Démontrer que C est le milieu de $[AB]$ puis que $C \in (E)$.
 - c) Déterminer l'affixe z_G puis placer le point $G = \text{bar} \{(A, 1), (B, 1), (O, 2)\}$
 - d) Déterminer puis construire l'ensemble (E).
- 6) Le jeune agriculteur atteindra –t-il son objectif ?

Exercice 14 : (BAC S2 2023 remplacement)

Le plan (P) est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 1cm. On note A, B et C les points d'affixes $z_A = 2 + 5i$, $z_B = 5 - 4i$ et $z_C = -1 - 4i$.

- 1) Placer les points A, B et C dans (P).
- 2) Calculer les distances AB, AC et BC, puis en déduire la nature du triangle ABC.
- 3) Soit le point D d'affixe $z_D = 2 - 4i$
 - a) Placer le point D dans (P).
 - b) Calculer $\frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$. En déduire la nature du triangle ADB.
- 4) Soit (C) le cercle circonscrit au triangle ADB. Déterminer l'affixe du centre J de (C) et calculer son rayon r.
- 5) Soit E le symétrique de D par rapport à J.
 - a) Déterminer l'affixe de E et montrer que $E \in (C)$.
 - b) Préciser la nature du quadrilatère AEBD en justifiant la réponse.



Exercice 15 : (BAC S2 2022)

Le plan complexe est rapporté d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . Soit a le nombre complexe défini par :

$$a = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

- 1) Montrer que $a^2 = -2\sqrt{3} - 2i$ puis en déduire le module de a .
- 2) Ecrire a^2 sous forme algébrique puis vérifier qu'un des mesure de l'argument de a est $\frac{19\pi}{12}$
- 3) En déduire les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$ puis de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$
- 4) Représenter sur le même graphique les points images de a , $-a$ et a^2 .





Exercice 16 : (BAC S2 2022 remplacement)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité 1cm.

1) On considère dans \mathbb{C} le polynôme

$$P(z) = z^3 - 5z^2 + 19z + 25$$

a) Montrer que -1 est un zéro de $P(z)$

b) En déduire les solutions de l'équation $P(z) = 0$

2) On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = -1$, $z_B = 3 + 4i$,

$$z_C = 3 - 4i, z_D = -7z_A.$$

a) On note z_1 et z_2 les affixes respectives des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{DC} . Montrer que les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

b) Calculer $|z_1|$ et $|z_2|$ puis interpréter géométriquement le résultat.

c) On note z_3 l'affixe du vecteur \overrightarrow{BD} . Comparer $|z_1|$ et $|z_3|$ puis interpréter géométriquement le résultat.

Calculer $\arg\left(\frac{z_1}{z_3}\right)$ puis interpréter géométriquement le résultat.

d) En déduire la nature précise du quadrilatère ABCD.

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



XAM SCIENCES
Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



XAM SCIENCES
Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

Exercice 17 : (BAC S2 2021)

1)a) Déterminer le complexe a tel que :

$$a(1 + i) = 1 + 3i$$

b) Montrer que a et ia^2 sont les solutions de l'équation : $z^2 - (1 + 3i)z - 4 + 3i = 0$

2) Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité graphique 3cm, on considère les points A et B d'affixes respectives $a = 2 + i$ et $b = -1 + 2i$.

a) Placer les points A et B.

b) Vérifier $b = ia$ et en déduire la nature exacte du triangle OAB.

3) Soit C le point d'affixe $c = 1 + \frac{1}{2}i$

a) Déterminer l'affixe du point D tel que le triangle OCD isocèle et tel que $\text{mes}(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{2}$.

b) On J, K, L et M les milieux respectifs de $[AB]$, $[AB]$, $[CD]$ et $[BC]$. Déterminer la nature du quadrilatère JKLM et justifier la réponse.

Exercice 18 :

Soit (E): $z^2 - 2iz - 1 - ie^{2i\theta}$ avec $\theta \in [0; \pi]$

1) Résoudre (E) pour $\theta = \frac{\pi}{4}$

2)a) Vérifier que $e^{i(\theta+\frac{\pi}{4})}$ est une racine carrée de $ie^{2i\theta}$.

b) Résoudre (E).

3) On désigne par A , B , C et I les points d'affixes respectives : $2i, i + e^{i(\theta+\frac{\pi}{4})}$,

$i - e^{i(\theta+\frac{\pi}{4})}$ et i . Soit (C) le cercle de centre I et de rayon 1.

a) Calculer les affixes des vecteurs \vec{IB} et \vec{IC} . En déduire que $[BC]$ est un diamètre du cercle (C).

b) Montrer alors que pour tout $\theta \neq \frac{\pi}{4}$, le quadrilatère OBAC est un rectangle .

Exercice 19 :

Soit l'équation (E) : $z^5 = 1$

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) puis représenter les images des solutions dans le plan complexe d'unité 3cm.

2) Démontrer que la somme des solutions de (E) est nulle puis en déduire que :

$$\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$$

3) Démontrer que $\cos \frac{2\pi}{5}$ est solution de l'équation : $4x^2 + 2x - 1 = 0$

4) En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{2\pi}{5}$ puis de $\cos \frac{\pi}{5}$ et $\sin \frac{\pi}{5}$.

Exercice 20 :

Soit $z = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$

On pose $S = z + z^2 + z^4$ et $T = z^3 + z^5 + z^6$

- 1) Démontrer que S et T sont conjugués et que la partie imaginaire de S est positive.
- 2) Calculer $S + T$ et ST
- 3) En déduire S et T.

MATHS // PHYSIQUE // CHIMIE
Les cours sont gratuits jusqu'à le
10 janvier 2024

MATHS // PHYSIQUE // CHIMIE
2000F / mois

XAM SCIENCES

INSCRIPTION PAR WAVE AU NUMERO :

-221 76 281 24 87

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE
2000F / mois
M.GUEYE M.NDOYE



XAM SCIENCES
Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE
2000F / mois
M.GUEYE M.NDOYE



XAM SCIENCES
Cours en ligne

-221 76 281 24 87 // -221 77 726 78 68

XAM SCIENCES

TERMIMALE S1//S2

2023-2024

S . TOUBA GUEYE

MATHS // PHYSIQUE// CHIMIE



XAM SCIENCES

Cours en ligne

+221 76 281 24 87 // +221 77 726 78 68

XAM SCIENCES

Cours en ligne