UP Lycée Classique d'Abidjan — Année scolaire 2016-2017

Lycée Classique d'Abidjan - GS Thanon Namanko - GS La Farandole - GS Safak - Collège Al Gadir - Collège Les Dauphins II Plateaux - Collège MISA - Collège le Serment - GS Fred et Poppée - Collège d'Application Jean Piaget - Collège Etienne

SIMILI BACCALAUREAT
Session de février 2017

Durée : 3 heures
Coefficient : 3

MATHEMATIQUES

SERIE : A1

Cette épreuve comporte deux pages numérotées 1/2 et 2/2.
Le candidat recevra une feuille de papier millimétré.
Toute calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1

1. On pose : $P(x) = 4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$.
   a) Résoudre, dans $\mathbb{R}$, l'équation : $4x^2 - 4x + 1 = 0$.
   b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (x + 2)(2x - 1)^2$.
2. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2\ln x + \ln(x + 1) + 2\ln 2 = \ln(7x - 2)$
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $P(x) \leq 0$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln x + \ln(4x^2 + 1) \leq \ln(-3x^2 + 7x - 2)$
4. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4(\ln x)^3 - 7\ln x \leq -2 - 4(\ln x)^2$
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $4e^{2x} + 2e^{-x} \leq 7 - 4e^{x}$

EXERCICE 2

Un jeu consiste à lancer au hasard trois fois de suite un dé cubique équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 et on note successivement le numéro de la face supérieure.

1. Justifier que la probabilité d'obtenir 3 numéros 2 à 2 distincts est $\frac{5}{9}$.
2. Justifier que la probabilité d'obtenir exactement 2 numéros identiques est $\frac{5}{12}$.
3. Calculer la probabilité d'obtenir 3 numéros identiques.
4. Calculer la probabilité d'obtenir 3 numéros dont la somme est égale à 9.
5. Un joueur mise 325 CFA et participe au jeu.
   - Si le joueur obtient 3 numéros 2 à 2 distincts il paye 360 CFA ;
   - Si le joueur obtient exactement 2 numéros identiques, il reçoit 1080 CFA ;
   - Si le joueur obtient 3 numéros identiques, il reçoit 2700 CFA.

   Soit X la variable aléatoire égale au gain algébrique d'un joueur à la fin du jeu.
   (*Gain algébrique d'un joueur = Somme reçue - la mise*).
   a. Donner les valeurs prises par la variable aléatoire X.
   b. Déterminer la loi de probabilité de X.
   c. Déterminer le gain moyen d'un joueur à la fin du jeu.
   d. Que signifie cette valeur du gain moyen du joueur.

EXERCICE 3

Partie A

On considère la fonction dérivable g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Démontrer que la fonction g est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0]$ et strictement croissante sur $[0\ ;\ +\infty[$.
2. Déduire de ce qui précède que : $\forall x \in \mathbb{R},\ g(x) \geq 0$.

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O,I,J). OI = 2cm.

On considère la fonction dérivable f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \dfrac{2e^x + x - 4}{2}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O,I,J).

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Justifier que la fonction f est strictement croissante et dresser son tableau de variation.
3. a) Démontrer que l'équation : $x \in [0\ ;\ 1],\ f(x) = 0$, admet une unique solution α.
   b) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,1.
4. Justifier que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty ; \alpha[,\ f(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha ; +\infty[,\ f(x) > 0 \end{cases}$. Interpréter graphiquement ce résultat.
5. a) Justifier que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0 a pour équation : $y = \dfrac{3}{2}x - 1$.
   b) Justifier que (C) est au-dessus de la droite (T).
6. a) Démontrer que la droite (D) : $y = \dfrac{x}{2} - 2$, est une asymptote à (C) en $-\infty$.
   b) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (D).
7. Tracer (D), (T) et (C) sur $]-\infty\ ;\ 1{,}5]$.
8. a) Interpréter graphiquement l'intégrale $K_t = \int_t^{\alpha} \left(f(x) - \left(\dfrac{x}{2} - 2\right)\right)dx$, $(t < \alpha)$
   b) Calculer K_t et $\lim\limits_{t \to -\infty} K_t$.
9. On donne le domaine $\mathfrak{D}$ du plan défini par les points M(x ; y) tels que : $\begin{cases} x \leq \alpha \\ \dfrac{x}{2} - 2 \leq y \leq f(x) \end{cases}$ et on note $\mathcal{A}$ l'aire en cm^2 de ce domaine.
   a) Hachurer le domaine $\mathfrak{D}$.
   b) Justifier que : $\mathcal{A} = 8 - 2\alpha$.

