M. ZANLI (Auteur compositeur)

8

EXERCICE 1

Dans chaque cas calculer les limites de la fonction numérique f aux bornes de son ensemble de définition.

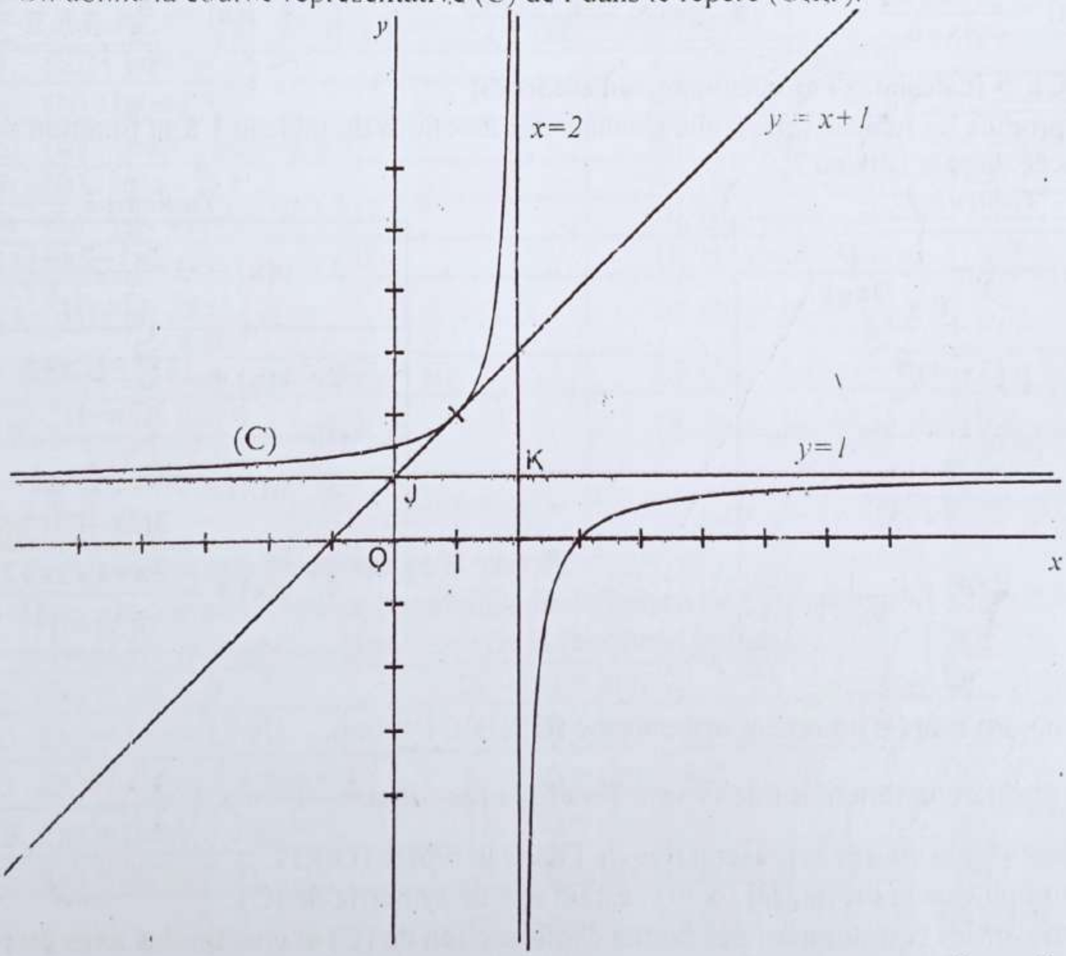
1. $f(x) = -\frac{3}{5}x^2 + 3x - 5$	2. $f(x) = \frac{x^2}{3} + 3x - 5$	3. $f(x) = -\frac{3}{5}x^3 + 2x^2 - x + 1$
4. $f(x) = \frac{x^3}{2} - 8x - 9$	5. $f(x) = \frac{4x-3}{2x-5}$	6. $f(x) = \frac{3}{5}x - 1 - \frac{2}{3x+2}$
7. $f(x) = \frac{-2x^2+5x-1}{x+3}$	8. $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x+2}$	9. $f(x) = \frac{3x^2+7x-3}{(x+1)^2}$
10. $f(x) = -4x + 5 + \frac{4}{x-2}$	11. $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x-2}\right)^5$	12. $f(x) = (3 - 2x)\sqrt{4-2x}$

EXERCICE 2

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O;I;J)

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$.

On donne la courbe représentative (C) de f dans le repère (O;I;J).



1. Donner par lecture graphique la limite de f en $+\infty$, à droite en 2, à gauche en 2 et en $-\infty$.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$, à droite en 2, à gauche en 2 et en $-\infty$. Interpréter graphiquement chacun de ces résultats.
3. Justifier que la fonction f est strictement croissante sur $]-\infty ; 2[$ et sur $]2 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation.
4. a) Justifier que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1 a pour équation : $y = x + 1$.
   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $f(x) \geq x + 1$. Interpréter graphiquement le résultat.

5. Etudier la position relative de (C) et la droite (T).
6. Démontrer que le point K(2 ; 1) est un centre de symétrie de (C).
7. Trouver les coordonnées des points d'intersection de (C) et chacun des axes du repère.

EXERCICE 3

On pose : $P(x) = 6x^3 + 29x^2 + 14x - 24$.

1. a) Calculer : $P(-\frac{3}{2})$.

   b) Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = (2x + 3)(3x^2 + 10x - 8)$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $3x^2 + 10x - 8 = 0$.
3. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_a) : $6x^3 + 29x^2 + 14x - 24 > 0$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I_b) : $6(1-2x)^3 + 29(1-2x)^2 + 14(1-2x) - 24 > 0$.

EXERCICE 4

On donne une fonction f dérivable en tout point de son ensemble de définition D_f.

Dans chaque cas, pour tout x élément de D_f, calculer $f'(x)$ et en déduire le sens de variation de la fonction f.

1. $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$	2. $f(x) = -\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x - 3$	3. $f(x) = 3x^3 + 3x^2 + 6x - 1$
4. $f(x) = \frac{2}{5}x + 1 - \frac{3}{2x-1}$	5. $f(x) = -\frac{x}{4} + 1 + \frac{2}{7x-4}$	6. $f(x) = \frac{(2x-1)^2}{3x-3}$
7. $f(x) = \frac{2x^2-x-4}{4x+6}$	8. $f(x) = \frac{-3x^2+7x+1}{3x-1}$	9. $f(x) = -\frac{x^2}{3} + x + \frac{3}{2}$

EXERCICE 5 (Calculatrice et téléphone non autorisés)

Reproduis les tableaux puis relie chacune des fonctions du tableau 1 à sa fonction dérivée placée dans le tableau 2.

Tableau 1

1. $f(x) = -\frac{x}{3} + 1 - \frac{1}{3x-1}$
2. $g(x) = \frac{(2x-1)^2}{9x-3}$
3. $h(x) = \frac{-9x^2+21x-4}{9x-3}$
4. $\varphi(x) = \frac{2x}{3} - 1 - \frac{1}{9x-3}$

Tableau 2

1. $u(x) = -3\frac{3x^2-2x+1}{(3x-1)^2}$
2. $v(x) = \frac{18x^2-12x+5}{3(3x-1)^2}$
3. $w(x) = \frac{12x^2-8x+1}{3(3x-1)^2}$
4. $r(x) = \frac{-(3x-4)(3x+2)}{3(3x-1)^2}$

EXERCICE 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O;I;J). OI = 1cm.

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x + \frac{3}{2}$.

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère (O;I;J).

1. Démontrer que la droite (D) : x = 1, est un axe de symétrie de (C)
2. a) Trouver les coordonnées des points d'intersection de (C) et chacun des axes du repère.

   b) Etudier la position de (C) par rapport à la droite (OI).
3. Calculer la limite de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
4. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation.
5. Trouver les coordonnées du point de (C) où la tangente est parallèle à la droite (Δ) : y = 2x.
6. a) Justifier que la tangente (T) à (C), au point d'abscisse 1, a pour équation : y = 2x + 2.

   b) Etudier la position relative de (C) et (T).
7. Construire (C) et (T) dans un même repère (O;I;J).