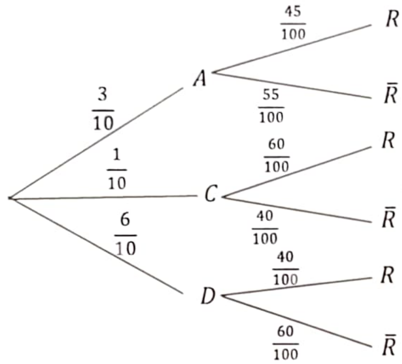
BAC BLANC RÉGIONAL
SESSION DE MARS 2024

CORRIGÉ ET BARÈME
MATHÉMATIQUES Série D

EXERCICE	Corrigé	Barème
EXERCICE 1 (2 points)	1. FAUX ; 2. VRAI ; 3. VRAI ; 4. FAUX	0,5 point×4
EXERCICE 2 (2 points)	1. C ; 2. D ; 3. C ; 4. B	0,5 point×4
EXERCICE 3 (3,5 points)	1. $z^2-(4+2i)z+7+4i=0$.	
	$\Delta=-16$ ----------------------------------	0,25 point
	Les racines carrées de Δ sont : $4i$ et $-4i$ ----------------------------------	0,5 point
	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ est : $\{2+3i\,;2-i\}$. ------------------	0,25 point
	2. $P(z)=z^3-(4+3i)z^2+(5+8i)z+4-7i$.	
	a) $\forall\, z\in\mathbb{C}, P(z)=(z-i)(z^2+az+b)$ $=z^3+(a-i)z^2+(b-ia)z-ib$.	
	Par identification : $\begin{cases} a-i=-4-3i \\ b-ia=5+8i \\ -ib=4-7i \end{cases}$	
	On en déduit que : $a=-(4+2i)$ et $b=7+4i$. -------------	0, 5 point
	b) $P(z)=0 \Leftrightarrow (z-i)(z^2-(4+2i)z+7+4i)=0$	
	L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ est : $\{i\,;\,2+3i\,;2-i\}$. ----------	0,5 point
	3. $z_A=i$; $z_B=2+3i$ et $z_C=2-i$.	
	a) $\left\lvert\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right\rvert=\lvert -i\rvert=1$ --------------------------------------	0,25 point
	$mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=\arg\left(\frac{z_{\overrightarrow{AC}}}{z_{\overrightarrow{AB}}}\right)+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)+2k\pi=\arg(-i)+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$. $mes(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.	
	D'où, une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$ est $-\frac{\pi}{2}$. -------------------------------	0, 5 point
	b) $AB=AC$ et une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$ est $-\frac{\pi}{2}$. Donc, le triangle ABC est rectangle et isocèle en A. ----------------	0,25 point
	4. (Γ): $z\bar{z}+i(z-\bar{z})=7$.	
	a) $z=x+iy$, alors : $z\bar{z}=x^2+y^2$ et $z-\bar{z}=2iy$. Donc : $M\in(\Gamma)\Leftrightarrow x^2+y^2-2y=7$. --------------------------------	0,25 point
	b) Nature et éléments caractéristiques de (Γ). $x^2+y^2-2y=7 \Leftrightarrow x^2+(y-1)^2=8$. Donc, (Γ) est le cercle de centre A et de rayon $\sqrt{8}$. -------------------	0,25 point

EXERCICE 4
(3,5 points)

1.



---------------------- **1 point**

2. a) $P(D \cap R) = P(D) \times P_D(R) = 0{,}24$ ---------------------------------- **0,25 point**

b) $P(R) = P(A \cap R) + P(C \cap R) + P(D \cap R)$ --------------------- **0,5 point**

$= 0{,}435.$

c) $P_R(D) = \frac{P(D \cap R)}{P(R)}$

$= \frac{0{,}24}{0{,}435} = 0{,}55.$ -- **0,5 point**

3. a) L'expérience qui consiste à choisir au hasard un candidat est une épreuve de Bernoulli, dont le Succès est l'évènement $D \cap R$. Sa probabilité est 0,24.

On choisit au hasard n candidats. On obtient ainsi un schéma de Bernoulli de paramètres n et p , avec $p = 0{,}24$. ----- **0,5 point**

Donc, X suit une loi binomiale.

b) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - C_n^0 \times (0{,}24)^0 \times (1 - 0{,}24)^n$

$= 1 - (0{,}76)^n.$ -- **0,5 point**

c) $P(X \geq 1) = 0{,}855 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - (0{,}76)^n = 0{,}855$

On obtient : $n = 7$. --------------------------------------- **0,25 point**

EXERCICE 5

(4 points)

1. Justification correcte de : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ---------------------------- **0,25 point**

2. a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ -- **0,25 point**

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$$ -- **0,25 point**

b) La courbe (C_f) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OJ). -- **0,25 point**

3. a) Justification correcte de : $\forall x \in \mathbb{R},\ f'(x) = -g(x)$. ---------------- **0,5 point**

b) Le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.

On a donc : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty; \alpha[, f'(x) < 0 \\ \forall x \in]\alpha; +\infty[, f'(x) > 0 \end{cases}$ ---------------------- **0,25 point**

D'où :

- f est strictement décroissante sur $]-\infty; \alpha[$
- f est strictement croissante sur $]-\infty; \alpha[$ ----------------- **0,5 point**

<u>Tableau de variation de f</u>

x	$-\infty$ $\qquad$ α $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$
$f(x)$	$+\infty \searrow f(\alpha) \nearrow +\infty$

--------------------- **0,25 point**

4. $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)] = 0.$

Donc, $(D): y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) en $+\infty$. ----------- **0,25 point**

5. Démonstration correcte de : $f(\alpha) = \alpha + \frac{2}{\alpha - 1}$ --------------------- **0,25 point**

6. a) $\forall x \in \mathbb{R},\ P'(x) = [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x}$ ------ **0,25 point**

$P'(x) = (x + 1)^2 e^{-x} \Leftrightarrow a = -1\ ,\ b = -4\ ,\ c = -5.$

D'où : $P(x) = (-x^2 - 4x - 5)e^{-x}.$ ------------------------ **0,25 point**

b) $\mathcal{A} = \int_0^1 [f(x) - (x - 1)]\, dx \times 4$ ----------------------- **0,25 point**

$\mathcal{A} = 4 \times \int_0^1 (x + 1)^2 e^{-x}\, dx$

$\mathcal{A} = 4 \times [(-x^2 - 4x - 5)e^{-x}]_0^1$

$\mathcal{A} = 4\left(5 - \frac{10}{e}\right) cm^2.$ ----------------------------- **0,25 point**

	CRITÈRES	INDICATEURS DE PERFORMANCE	BARÈME
EXERCICE 6 (5 points)	CM1 : **Pertinence** Identification du modèle correspondant au problème posé (Interprétation correcte de la situation complexe, pertinence des choix opérés sur les données de la situation)	- Pour répondre à la préoccupation du comptable, je vais utiliser les suites numériques. Je vais : - déterminer une suite numérique (u_n) dont le terme général u_n donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an $2011 + n$ $(n \geq 0)$; - déterminer le plus petit entier naturel n tel que: $u_n > 10000$.	**0,75 point** 1 *ind sur* 3 → 0,25 À partir de 2 *ind sur* 3 → 0,75 ***Règle des* 2/3** $(2/3)\times 3 = 2$
	CM2 : **Utilisation correcte des outils mathématiques en situation** (concerne les étapes de la démarche) - Choix des outils appropriés - Application correcte des propriétés, règles et définitions	- Détermination une suite numérique (u_n) dont le terme général u_n donne la quantité de noix de cajou achetée en l'an $2011 + n$ $(n \in \mathbb{N})$. On a : $u_0 = 5000$. $u_1 = u_0 + \frac{5}{100}u_0 = 1{,}05u_0$ $u_2 = u_1 + \frac{5}{100}u_1 = 1{,}05u_1$ Ainsi, la suite est (u_n) est définie par: $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 1{,}05u_n$. - Précision correcte de la nature de cette suite (u_n) est une suite géométrique de raison 1,05 et de premier terme 5000. - Expression correcte de sa formule explicite. $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 5000 \times (1{,}05)^n$. - Présence de l'inéquation : $u_n > 10000$. - Présence de la valeur minimale de n après résolution de l'inéquation : $u_n > 10000 \Rightarrow n > 14{,}2$ La valeur minimale de n est 15.	**2,5 points** 1 *ind sur* 6 → 0,75 2 *ind sur* 6 → 1,5 3 *ind sur* 6 → 2 À partir de 4 *ind sur* 6 → 2,5 ***Règle des* 2/3** $(2/3)\times 6 = 4$
	CM3 : **Cohérence de la réponse** – Cohérence entre les étapes de la démarche – Cohérence dans la démonstration	- Le résultat produit est conforme au résultat attendu (*résolution correcte de l'inéquation:* $u_n > 10000$, *on obtient :* $n > 14{,}2$). - Le résultat produit est en adéquation avec la démarche (*Formules justes même si le modèle est faux*) - La qualité des enchainements de la démarche - La conclusion (*La quantité de noix de cajou achetée sera supérieure à* 10.000 *tonnes en* 2026.)	**1,25 point** 1 *ind sur* 4 → 0,5 2 *ind sur* 4 → 1 À partir de 3 *ind sur* 4 → 1,25 ***Règle des* 2/3** $(2/3)\times 4 = 2{,}66$ arrondi à 3
	CP : **Critère de perfectionnement** (Concision; Originalité, Bonne présentation)	- Propreté de la production (*Présence des titres des étapes, pas de rature et de surcharge*) - Démarche correcte non classique au-delà de la production attendue - Production juste en peu de mots (*esprit de synthèse*)	**0,5 point** 1 *ind sur* 3 → 0,25 À partir de 2 *ind sur* 3 → 0,5 ***Règle des* 2/3** $(2/3)\times 3 = 2$