INSPECTION DES LYCEES ZONE

PLATEAUX

REPUBLIQUE DU CONGO
Unité * Travail * Progrès

BAC BLANC ZONAL SESSION DE MAI 2023
Epreuve de : Mathématiques
Série : A_4
Durée : 03 heures

Exercice 1 : (08 points)

Partie A :

1) On considère le polynôme P tel que $P(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$

a) Montre que $P(x) = (-x+1)(x+1)(x-3)$. **(0,75pt)**

b) Résous l'équation $P(x) = 0$. **(0,75pt)**

c) Déduis la solution de l'équation et de l'inéquation suivantes : c1) $-\ln x^3 + 3\ln x^2 + \ln x - 3 = 0$;
c2) $P(x) = -e^{3x} + 3e^{2x} + e^x - 3 \geq 0$. **(1pt)**

2-a) Résous dans IR^2 le système d'équations ci-dessous. **(0,5pt)**

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$$

b) Déduis dans IR^2 la solution de chacun des systèmes suivants :

b1) $\begin{cases} 2\ln x - \ln y = 5 \\ \ln x + 4\ln y = 6 \end{cases}$; b2) $\begin{cases} 2e^x + e^y = 5 \\ e^x + 4e^y = 6 \end{cases}$ **(1pt)**

Partie B :

1- On considère les nombres entiers suivants a=210 et b=297.

a)- Décompose a et b en produits de facteurs premiers. **(1pt)**

b)- Calcule le P.P.C.M(a ; b) et le P.G.C.D(a ; b). **(1pt)**

c)- Simplifie sous sa forme irréductible la fraction $B = \frac{1}{210} - \frac{1}{297}$. **(1pt)**

d)-Ecris sous forme fractionnaire le nombre rationnel $C = 1,742742742...$ **(1pt)**.

Exercice 2 : (08 points)

Soit une fonction f définie telle que $f(x) = \frac{3x-5}{x+2}$.

1)- Détermine l'ensemble de définition E_f de f sous forme d'intervalles. **(0,5 pt)**

2)- Calcule les limites de f aux bornes de E_f. **(1pt)**.

3)- a- Détermine $f'(x)$. Quel est son signe ? **(1pt)**

b- Dresse le tableau des variations de f. **(0,5pt)**

4)- Soit (Cf) la courbe représentative de f dans le repère (O ; i , j). Unité graphique 0,5 cm.

a- Montre que la courbe (Cf) admet deux asymptotes puis précise leurs équations. **(1pt)**

b- Montre que le point A(-2 ;3) est un centre de symétrie à (Cf). **(1pt)**

5)- Complète le tableau de valeurs ci-dessous. (1 pt)

x	-7	-5	-3	-2,5	-1	0	1	5/3	2	3
$f(x)$										

6)- Construis les points d'abscisses : -7 ; -5 ; -3 ; -2,5 ;-1 , ,0 ;1 ;5/3 , 2 ;3 ; les deux asymptotes et la courbe (C_f) dans le repère $(O ; i, j)$.
(2 pts)

Exercice 3 : 04 points

La série à double entrée ci-dessous représente, l'évolution du nombre y_i d'adhérents d'un club de basket-ball au fil du temps x_i exprimé en mois.

x_i(mois)	1	2	3	4	5	6
y_i(adhérents)	7	9	12	14	17	22

1. Représente le nuage de ces points dans un repère. Echelle 1cm pour 1 mois et 1cm pour 2 adhérents. (1pt)
2. Calcule les coordonnées du point moyen G du nuage précédent. (1pt)
3. Détermine l'équation de la droite d'ajustement affine passant par les points G_1 et G_2, respectivement point moyen des trois premières et dernières valeurs de cette série. (1pt)
4. En utilisant la droite précédente, estime par le calcul :

a.) le nombre de mois qu'il faut à ce club pour totaliser 50 adhérents. (0,5pt)

b.) le nombre d'adhérents enregistrés après en une année. (0,5pt)

BONNEE CHANCE !

CENTRE DE RENFORCEMENT DES CAPACITES SCOLAIRES UNIVERS-SCIENTIFIQUES

CORRIGE DU BAC BLANC SERIE A4 PLATEAUX 2023

EPREUVE : MATHEMATIQUES

NIVEAUX : TERMINALE A4

Prof : SOCRATE AHMMED
ROLPHIN NYLSON

TEL : (+242) 06 5934178

EXERCICE 1

PARTIE A :

1) soit P un polynome tel que
$P(x) = -x^3 + 3x^2 + x - 3$

a) - Mtq $P(x) = (-x+1)(x+1)(x-3)$

Il est clair et facile de voir que -1 est racine evidente du polynome P, donc P peut s'ecrire sous la forme

$P(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$

Trouvons a, b et c par la methode de Hörner

	-1	3	1	-3
-1	$\downarrow$	1	-4	3
	-1	4	-3	0

D'où $a = -1$, $b = 4$ et $c = -3$

$\Rightarrow P(x) = (x+1)(-x^2 + 4x - 3)$

or $-x^2 + 4x - 3$ est un polynome du 2^e degré dont la forme factorisé est la suivante.

$-x^2 + 4x - 3 = -x^2 + x + 3x - 3$
$= x - x^2 - 3 + 3x$
$= x(1-x) - 3(1-x)$
$= (1-x)(x-3)$

$\Rightarrow -x^2 + 4x - 3 = (1-x)(x-3)$

D'où P devient :

$P(x) = (x+1)(-x+1)(x-3)$

$\Rightarrow \boxed{P(x) = (-x+1)(x+1)(x-3)}$ vrai

b) Resolvant dans $\mathbb{R}$ l'equation $P(x) = 0$

Comme : $P(x) = (x+1)(-x+1)(x-3)$
posons $P(x) = 0$;

$\Leftrightarrow (x+1)(-x+1)(x-3) = 0$

$\Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x_0 = -1$

$\Rightarrow -x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$

$\Rightarrow x - 3 = 0 \quad x_2 = 3$

D'où $S = \{x_0 ; x_1 ; x_2\}$

$\Rightarrow \boxed{S = \{-1 ; 1 ; 3\}}$

c) Deduisons les solution de l'equation et inequation c1) $-\ln x^3 + 3\ln x^2 + \ln x - 3 = 0$

$\Rightarrow -\ln x^3 + 3\ln x^2 + \ln x - 3 = 0$

posons $\ln x = t$

$\Rightarrow \ln x^2 = t^2$

$\ln x^3 = t^3$

$\Leftrightarrow -t^3 + 3t^2 + t - 3 = 0$

on constate que cette equation possede les mêmes solutions que le le polynome P c'est a dire:

$x_0 = t_0 = -1$

$x_1 = t_1 = 1$

$x_2 = t_2 = 3$

• pour $t = -1$

$\ln x = t$

$\Rightarrow \ln x = -1$

$e^{\ln x} = e^{-1}$

$x = e^{-1}$

$x = \frac{1}{e}$ (1)

• pour $t = 1$

$\ln x = t$

$\ln x = 1$

$e^{\ln x} = e^1$

$x = e$ (2)

• pour $t = 3$

$\ln x = 3$

$e^{\ln x} = e^3$

$x = e^3$ (3)

$\Rightarrow \boxed{S = \left\{ \frac{1}{e}; e; e^3 \right\}}$

c2) $-e^{3x} + 3e^{2x} + e^x - 3 \geq 0$

$\Rightarrow -e^{3x} + 3e^{2x} + e^x - 3 \geq 0$

posons $e^x = t$

$e^x \times e^x = e^{2x} = t^2$

$e^{2x} \times e^x = e^{3x} = t^3$

$\Leftrightarrow -t^3 + 3t^2 + t - 3 \geq 0$

De la même maniere

$x_0 = t_0 = -1$, $x = \ln(-1)$ impossib

$x_1 = t_1 = 1$, $x = \ln(1) = 0$

$x_2 = t_2 = 3$, $x = \ln(3)$

Tableau de signe

x	$-\infty$		0		$\ln(3)$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-\ln 3$		$-$		$-$	0	$+$	
S		$+$		$+$		$+$	

$\Rightarrow \boxed{S =]-\infty; 0] \cup [\ln 3; +\infty[}$

2a) Resolvant dans $\mathbb{R}^2$

$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 4y = 6 \end{cases} \xRightarrow[(-2\times)]{(1\times)} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 4y = 6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -2x - 8y = -12 \end{cases}$

$-7y = -7 \Rightarrow y = 1$

or $x + 4y = 6$

pour $y=1$, $x+4(1)=6$

$$x+4=6$$
$$x=6-4$$
$$x=2$$

$\Rightarrow \boxed{S=\{(2;1)\}}$

b) Deduisons dans $\mathbb{R}^2$

b1) $\begin{cases} 2\ln x-\ln y=5 \\ \ln x+4\ln y=6 \end{cases}$

poson $\ln x=X$ et $\ln y=Y$

$\Rightarrow \begin{cases} 2X-Y=5 \\ X+4Y=6 \end{cases}$

qui a pour solution

$X=2$ et $Y=1$

• pour $X=2$

$\ln x=X$

$\ln x=2$

$x=e^2$

• pour $Y=1$

$\ln y=Y$

$\ln y=1$

$y=e$

$\boxed{S=\{(e^2;e)\}}$

b2) $\begin{cases} 2e^x+e^y=5 \\ e^x+4e^y=6 \end{cases}$

posons $e^x=X$ et $e^y=Y$

$\Rightarrow \begin{cases} 2X+Y=5 \\ X+4Y=6 \end{cases}$

qui a pour solution

$X=2$ et $Y=1$

• pour $X=2$

$e^x=2$

$x=\ln(2)$

• pour $Y=1$

$\ln y=Y$

$\ln y=1$

$y=\ln(1)=0$

$\Rightarrow \boxed{S=\{(\ln 2;0)\}}$

• PARTIE B:

1) on donne les entiers suivant

$a=210$ et $b=297$

a) Decomposons a et b en produits de de facteur premier

210	2
105	5
21	3
7	7
1	

297	3
99	3
33	3
11	11
1	

$\boxed{a=2\times5\times3\times7}$ $\boxed{b=11\times3^3}$

b) Calculons le PPCM(a,b)

$PPCM(a,b)=PPCM(210;297)$

$\Rightarrow PPCM(a,b)=2\times5\times7\times11\times3\times3\times3$

$\boxed{PPCM(a,b)=20790}$

• Caculons le PGCD (a,b)

$PGCD(a,b)=PGCD(210;297)$

$\Rightarrow \boxed{PGCD(a,b)=3}$

c) Simplification

$B = \frac{1}{210} - \frac{1}{297}$

$B = \frac{(2\times5\times3\times7)+(11\times3\times3\times3)}{(2\times5\times3\times7)(11\times3\times3\times3)}$

ou Encore

$B = \frac{1}{210} - \frac{1}{297}$

$= \frac{297-210}{210\times297} = \frac{87}{210\times297}$

$= \frac{29\times3}{(3\times70)\times(3\times99)} = \frac{29\times3}{9\times70\times99}$

$\boxed{B = \frac{29}{3\times6930}}$ d'où

$\boxed{B = \frac{29}{20790}}$

d) Ecrivons sous la forme Fractionnaire

$C = 1,742742742......$

$= 1+0,742742742$

$= 1+\frac{742}{999}$

$= \frac{999+742}{999}$

$= \frac{1741}{999}$

$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1741}{999}}$

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie par :

$f(x) = \frac{3x-5}{x+2}$

1) Ensemble de définition

f est définie $\Leftrightarrow x+2 \neq 0$

$\Rightarrow x \neq -2$ $\quad -\infty \quad -2 \quad +\infty$

$\Rightarrow \boxed{E_f =]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[}$

2) Calculons les limites de f sur E_f

• $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x-5}{x+2}\right)$

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{3x}{x}\right) = 3$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 3}$

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3x-5}{x+2}\right)$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{3x}{x}\right) = 3$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3}$

• $\lim\limits_{x\to-2^<} f(x) = \lim\limits_{x\to-2^<}\left(\frac{3x-5}{x+2}\right)$

$= \lim\limits_{x\to-2^<}\left(\frac{-11}{0^-}\right) = +\infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim\limits_{x\to-2^<} f(x) = +\infty}$

• $\lim_{x \to -2^>} f(x) = \lim_{x \to -2^>} \left(\frac{3x-5}{x+2}\right)$

$= \lim_{x \to -2^>} \left(\frac{-11}{0^+}\right) = \infty$

$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to -2^>} f(x) = -\infty}$

3) Déterminons $f'(x)$

a $f(x) = \frac{3x-5}{x+2}$

$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}, f'(x) = \frac{3(x+2)-(3x-5)}{(x+2)^2}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{3x+6-3x+5}{(x+2)^2}$

$= \frac{11}{(x+2)^2}$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\} \boxed{f'(x) = \frac{11}{(x+2)^2}}$

Signe de $f'(x)$

$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \quad (x+2) > 0$

$(x+2)^2 > 0$

$\frac{1}{(x+2)^2} > 0$

$\frac{11}{(x+2)^2} > 0$

$\Rightarrow \boxed{f'(x) > 0} \ \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

b) Dressons le tableau de Variation

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

4-a) Mtq (C_f) admet deux Asymptote dont on presisera leur equation

• $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 3$, (C_f) admet une asymptote Horizontal Vers $\pm\infty$ d'equation

$\boxed{(\Delta_1) : y = 3}$

• $\lim_{x \to -2} f(x) = \pm\infty$, (C_f) admet une Asymptote Vertical Vers $\pm\infty$ d'equation

$\boxed{(\Delta_2) : x = -2}$

b) Mtq le point $A(-2;3)$ est Centre de symetrie

$A(-2,3)$ est centre de symetrie a $(C_f) \Leftrightarrow \forall x \in E_f, 2a - x \in E_f$

$\text{or } f(x) = \dfrac{3x-5}{x+2}$

$\Leftrightarrow f(2a-x) = \dfrac{3(2a-x)-5}{(2a-x)+2}$

$= \dfrac{3(-4-x)-5}{(-4-x)+2}$

$= \dfrac{-12-3x-5}{-4-x+2}$

$= \dfrac{-3x-17}{-x-2}$

$f(2a-x) = \dfrac{3x+17}{x+2}$

$\Leftrightarrow f(2a-x) + f(x) = 2b$

$\dfrac{3x+17}{x+2} + \dfrac{3x-5}{x+2} = 2b$

$\dfrac{3x+3x+17-5}{x+2} = 2\times 3$

$\dfrac{6x+12}{x+2} = 2\times 3$

$\dfrac{6(x+2)}{x+2} = 2\times 3$

$6 = 2\times 3$ Vrai

D'où on deduit que $A(-2,3)$ est centre de symetrie de (C_f) car $f(2a-x)+f(x)=2b$

5) Completons le tableau

$f(x) = \dfrac{3x-5}{x+2}$

• pour $x=-7 \Rightarrow f(-7) = \dfrac{26}{5}$

• pour $x=-5 \Rightarrow f(-5) = \dfrac{20}{3}$

pour $x=-3 \Rightarrow f(-3) = 14$

pour $x=-2,5 \Rightarrow f(-2,5) = 25$

pour $x=-1 \Rightarrow f(-1) = -8$

pour $x=0 \Rightarrow f(0) = -\dfrac{5}{2}$

pour $x=1 \Rightarrow f(1) = -2/3$

pour $x=5/3 \Rightarrow f(5/3) = 0$

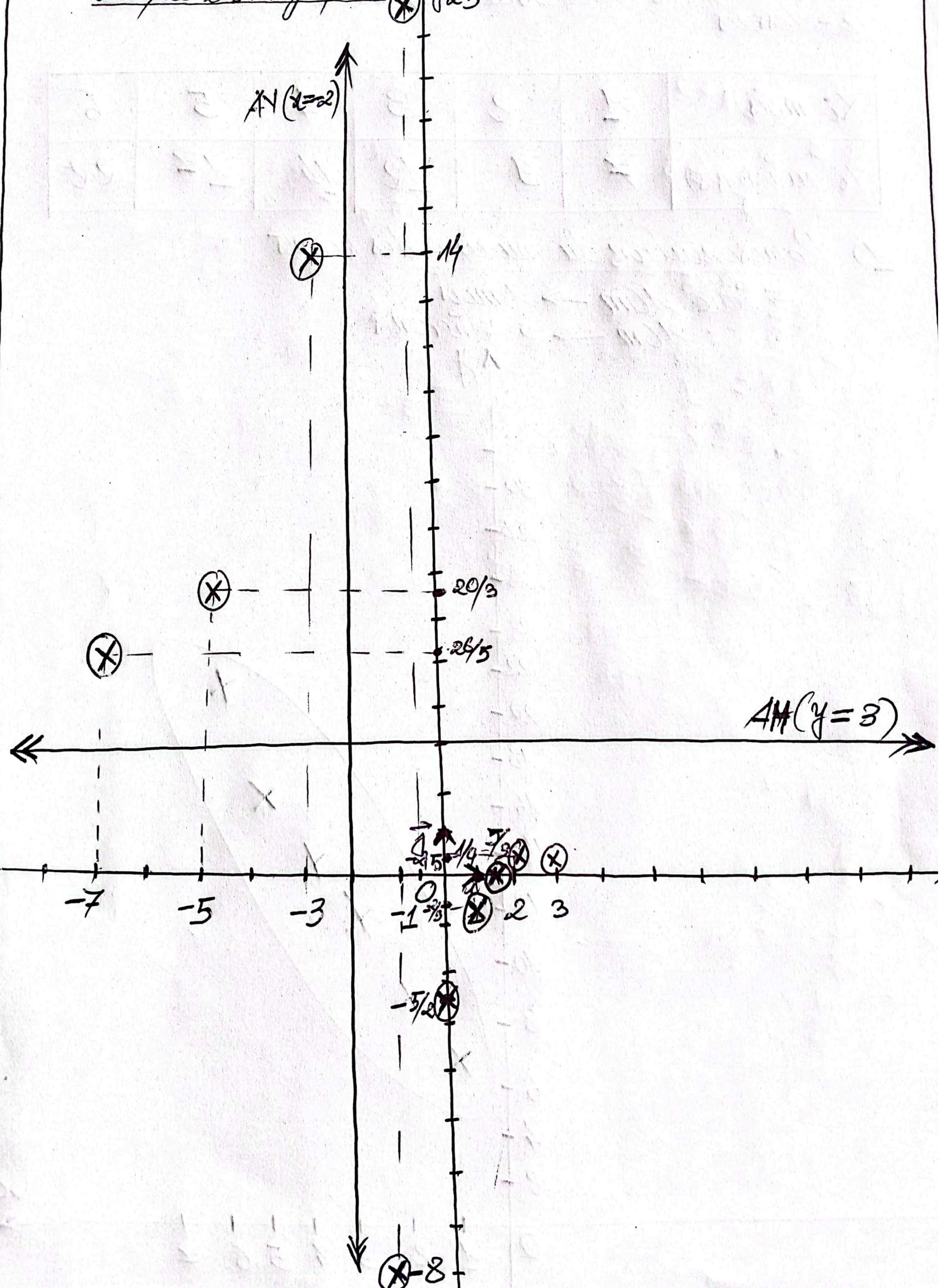
pour $x=2, \Rightarrow f(\cancel{3}) = \dfrac{1}{4}$

pour $x=3, \Rightarrow f(3) = \dfrac{4}{5}$

x	-7	-5	-3	$-2,5$	-1	0	1	$5/3$	2	3
$f(x)$	$26/5$	$20/3$	14	25	-8	$5/2$	$2/3$	0	$1/4$	$4/5$

6) Construisons les points $-7; -5; -3; -2,5; -1; 0; 1; 5/3; 2; 3$

Ainsi que les Asymptote



EXERCICE3

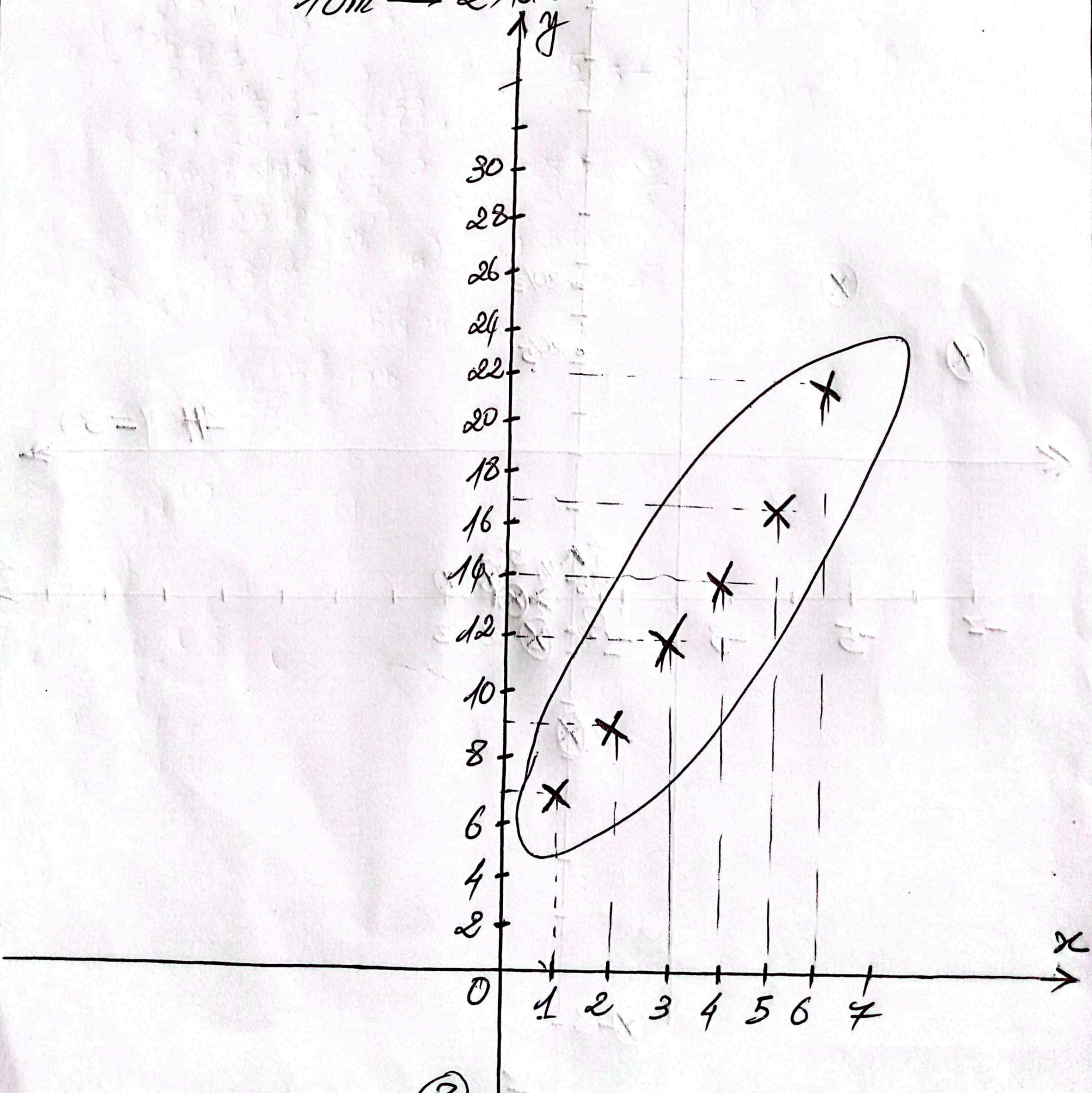
On considère la serie statistique a double entrée ci-dessus

Xi(mois)	1	2	3	4	5	6
yi(adherents)	7	9	12	14	17	22

1) Representation du nuage des points

Echelle: 1cm → 1mois

1cm → 2 Adherents



2) Calculons les coordonnées du point moyen G

or $G(\overline{X};\overline{Y})$

$\Leftrightarrow \overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{6} xi$

$= \frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)$

$= \frac{21}{6} = \frac{3\times7}{3\times2} = \frac{7}{2}$

$\Rightarrow \overline{X} = \frac{7}{2}$ (1)

$\Leftrightarrow \overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3} yi$

$= \frac{1}{6}(7+9+12+14+17+22)$

$= \frac{81}{6} = \frac{3\times27}{3\times2} = \frac{27}{2}$

$\Rightarrow \overline{Y} = \frac{27}{2}$ (2)

D'où $\boxed{G\left(\frac{7}{2};\frac{27}{2}\right)}$

3) Determinons la droite de Regression passant par G1 et G2

pour Trouver G1 et G2 Il suffit simplement de subdiviser le tableau statistique en deux partie egale c'est aussi la methode de Meyer

• pour G1

Xi (mois)	1	2	3
yi (Adherents)	7	9	12

$\Leftrightarrow G_1(\overline{X_1};\overline{Y_1})$

$\Rightarrow \overline{X_1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3}$

$= \frac{1}{3}(1+2+3)$

$\Leftrightarrow \overline{X_1} = 2$ (1)

$\Rightarrow \overline{Y_1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3}$

$= \frac{1}{3}(7+9+12)$

$\Leftrightarrow \overline{Y_1} = \frac{28}{3}$ (2)

$\Leftrightarrow G_1\left(2;\frac{28}{3}\right)$

• pour G2

Xi (mois)	4	5	6
yi (Adherents)	14	17	22

$G_2(\overline{X_2},\overline{Y_2})$

$\Leftrightarrow \overline{X_2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3} xi$

$= \frac{1}{3}(4+5+6)$

$\Leftrightarrow \overline{X_2} = \frac{15}{3}$; $\Rightarrow \overline{X_2} = 5$ (1)

$\Rightarrow \overline{Y_2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{3} y_i$

$= \frac{1}{3}(14+17+22)$

$\overline{Y_2} = \frac{53}{3}$ (2)

$\Leftrightarrow G_2\left(5; \frac{53}{3}\right)$

• pour $G_1\left(2; \frac{28}{3}\right)$

$Y_1 = aX_1 + b$

$\Rightarrow b = \overline{Y_1} - a\overline{X_1}$

$\Rightarrow b = \frac{28}{3} - 2a$

$\Leftrightarrow \frac{28}{3} - 2a = b \ (I)$

• pour $G_2\left(5; \frac{53}{3}\right)$

$Y_2 = aX_2 + b$

$\Rightarrow b = \overline{Y_2} - a\overline{X_2}$

$b = \frac{53}{3} - 5a$

$\Rightarrow \frac{53}{3} - 5a = b \ (II)$

Formons un systeme de deux equations a deux inconnue avec (I) et (II)

$$\begin{cases} \frac{28}{3} - 2a = b \\ \frac{53}{3} - 5a = b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{28}{3} - 2a = b \times (1) \\ \frac{53}{3} - 5a = b \times (-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 28/3 - 2a = b \\ -53/3 + 5a = -b \end{cases} \ (+)$$

$\frac{-53+28}{3} + 3a = 0$

$-\frac{25}{3} + 3a = 0$

$3a = \frac{25}{3}$

$\Rightarrow 9a = 25$

$\Rightarrow a = \frac{25}{9}$ (i)

et $\frac{28}{3} - 2a = b$

$\Rightarrow b = \frac{28}{3} - 2a$

$b = \frac{28}{3} - 2\left(\frac{25}{9}\right)$

$b = \frac{28}{3} - \frac{50}{9}$

$b = \frac{9\times 28 - 3\times 50}{3\times 9}$

$b = \frac{3\times 28 - 50}{9}$

$b = \frac{84-50}{9} = \frac{34}{9}$

$\Rightarrow b = \frac{34}{9}$ (i)

D'où l'equation devien

$(\Delta)\ y = ax + b$

$(\Delta) : \boxed{y = \frac{25}{9}x + \frac{34}{9}}$

4) Em utilisant la droite Calculons :

a) Le nombre de mois qu'il faut pour 50 Adherents

or $y = \frac{25}{9}x + \frac{34}{9}$ ou encore

$y = \frac{1}{9}(25x + 34)$

$\Leftrightarrow$ pour $y = 50$ Adherents Trouvons le nombre de moi

$\Leftrightarrow y = \frac{25}{9}x + \frac{34}{9}$

$\frac{25}{9}x = y - \frac{34}{9}$

$x = \frac{9}{25}\left(y - \frac{34}{9}\right)$

$x = \frac{9}{25}\left(50 - \frac{34}{9}\right)$

$x = \frac{9 \times 50}{25} - \frac{9 \times 34}{9 \times 25}$

$x = \frac{9 \times 10}{5} - \frac{34}{25}$

$= 9 \times 2 - \frac{34}{25}$

$= 18 - \frac{34}{25}$

$= \frac{18 \times 25 - 34}{25}$

$= \frac{450 - 34}{25} = \frac{416}{25}$

$= \frac{416}{25} = 16{,}64 \simeq 17$

$\boxed{x = 17}$

pour aumoins 50 Adherents il faut 17 mois

b) Le nombre d'adherents après 1 année

or 1 année = 12 mois

pour $x = 12$ mois Trouvons y

$\Leftrightarrow y = \frac{25}{9}x + \frac{34}{9}$

$y = \frac{1}{9}(25x + 34)$

$y = \frac{1}{9}(25 \times 12 + 34)$

$y = \frac{1}{9}(334)$

$y = \frac{334}{9} = 37{,}11 \simeq 37$

$\Leftrightarrow \boxed{y = 37}$

Donc pour 1 année, on aura aumoins 37 adherents

Fait par !
Mr SOCRATE AHMMED
+(242) 065934178
065934178

(11)