

Centre de gravité (d'après bac pro)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A : Calcul d'une primitive

On note g la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par $g(x) = \frac{x}{x+1}$.

1. Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[0 ; 2]$,

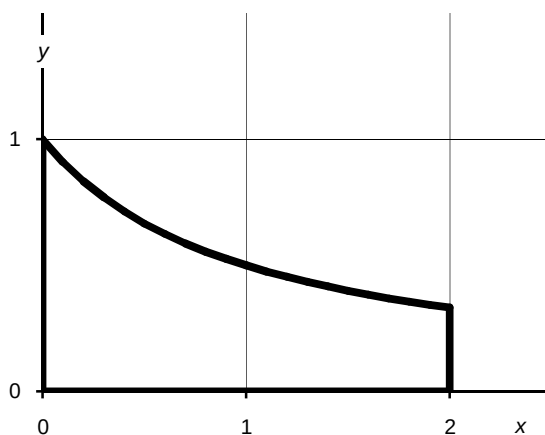
$$g(x) = a + \frac{b}{x+1}.$$

2. En déduire une primitive de g sur l'intervalle $[0 ; 2]$.

Partie B : Détermination du centre de gravité d'une plaque homogène

On note f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; 2]$ par : $f(x) = \frac{1}{x+1}$.

On considère une plaque homogène formée par l'ensemble des points $M(x ; y)$ du plan dont les coordonnées vérifient les relations : $0 \leq x \leq 2$ et $0 \leq y \leq f(x)$. (Voir schéma ci-dessous).



1. Soit S l'aire de la plaque exprimée en unité d'aire. Calculer S .

2. Soit G le centre de gravité de la plaque. On admettra que les coordonnées $(X ; Y)$ de G sont données par les formules suivantes : $X = \frac{1}{S} \int_0^2 x f(x) dx$ et $Y = \frac{1}{2S} \int_0^2 [f(x)]^2 dx$.

a. Calculer la valeur exacte de X , puis une valeur approchée arrondie au centième.

b. Calculer la valeur exacte de Y , puis une valeur approchée arrondie au centième.