

Continuité et dérivabilité

On considère la fonction f , définie sur $[1; +\infty[$ par $f(t) = \frac{e^t}{t}$.

1. a. Justifier la continuité de f sur $[1; +\infty[$.
- b. Montrer que f est croissante sur $[1; +\infty[$.

2. Restitution organisée de connaissances

On pourra raisonner en s'appuyant sur le graphique fourni.

Pour tout réel x_0 de $[1; +\infty[$, on note $A(x_0)$ l'aire du domaine délimité par la courbe représentant f dans un repère orthogonal, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = x_0$.

- a. Que vaut $A(1)$?
- b. Soit x_0 un réel quelconque de $[1; +\infty[$ et h un réel strictement positif. Justifier l'encadrement suivant :

$$f(x_0) \leq \frac{A(x_0 + h) - A(x_0)}{h} \leq f(x_0 + h).$$

- c. Lorsque $x_0 \geq 1$, quel encadrement peut-on obtenir pour $h < 0$ et tel que $x_0 + h \geq 1$?
- d. En déduire la dérivabilité en x_0 de la fonction A ainsi que le nombre dérivé en x_0 de la fonction A .
- e. Conclure.

