MATHEMATIQUES TD

EXERCICE 1

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

1. Soit f la fonction définie par : $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

   a) Détermine l'ensemble de définition de f .

   b) Etudie les branches infinies en $+\infty$ et en $-\infty$ de ($\mathscr{C}f$).

2.a) Démontre que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1-\cos x}{\sin x} = 0$.

   b) Déduis-en que la fonction $g(x) = \dfrac{1-\cos x}{x + \sin x}$ est prolongeable par continuité en 0.

PROBLEME

On considère les fonctions f et g définies de IR vers IR par :

$f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

($\mathscr{C}f$) est la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O , I , J)

Partie A

1. Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α dans IR.
2. Justifie que $2{,}19 < \alpha < 2{,}20$
3. Etudie le signe de g.

Partie B

1. a) Détermine l'ensemble de définition de f et calcule les limites aux bornes de cet ensemble.

   b) Interprète graphiquement les résultats.

2. a) Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote à ($\mathscr{C}f$).

   b) Etudie la position relative de ($\mathscr{C}f$) et (Δ).

3. Démontrer que $\forall x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{\left(x^2-1\right)^2}$.

4. Déduis-en le tableau de variation de f.

5. a) Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{3}{2}\alpha + 2$

   b) Donner un encadrement de $f(\alpha)$.

6. a) Préciser les tangentes aux points d'abscisses -2 et 4 .

   b) Construire (Δ) et ($\mathscr{C}f$) dans le repère (O , I , J).