

DEVOIR DE CLASSE TC5 N°1 SEMESTRE 2 (MATHÉMATIQUES)

Durée : 2h

Tout modèle de calculatrice scientifique non graphique est autorisé.

EXERCICE 1 (2 POINTS)

Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'affirmation, suivi de VRAI si l'affirmation est vraie ou de FAUX si l'affirmation est fausse.

N°	Affirmations
1	La droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 - 3\alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -5 + \alpha \end{cases} (\alpha \in \mathbb{R})$ passe par le point $A(-1; 2; 0)$
2	Le plan passant par le point $A(-1; 2; 0)$ et de vecteurs directeurs $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ a pour équation cartésienne $4x + 5y + 2z - 6 = 0$
3	Les plans (P_1) et (P_2) d'équations cartésiennes respectives $x - 2y - z - 6 = 0$ et $-3x + 6y + 3z + 2 = 0$ sont strictement parallèles.
4	La droite de repère $\left(A(-1; 2; 0); \vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ et le plan d'équation cartésienne $x + 2y - z - 6 = 0$ sont sécants au point $B(-4; 4; 1)$

EXERCICE 2 (2 POINTS)

Pour chacun des énoncés, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.

Enoncés		Réponses proposées	
1	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln(x-2)}{x^2+1} =$	A	0
		B	$+\infty$
		C	$-\infty$
2	La fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$ est	A	Convexe
		B	Concave
		C	Admet un point d'inflexion
3	L'équation $-2\ln x - \frac{4}{x} + 3 = 0$ admet exactement	A	Une solution
		B	Deux solutions
		C	zéro solution
4	La primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto \frac{x \ln(x^2+1)}{x^2+1}$, qui prend la valeur $\frac{1}{4}$ en $\sqrt{e-1}$ est	A	$f(x) = 2\ln^2(\sqrt{x^2+1})$
		B	$f(x) = \frac{1}{2}\ln^2(\sqrt{x^2+1})$
		C	$f(x) = \ln^2(\sqrt{x^2+1})$

EXERCICE 3 (7 POINTS)

On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, définie par $f(x) = x + 1 - \ln\left|\frac{x+1}{x-3}\right|$.

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans le repère orthonormé (O, I, J) .

1. Etudie les variations de la fonction f et dresse son tableau de variation. **3**
2. Démontre que (C_f) admet un point d'inflexion Ω et que Ω est un centre de symétrie de (C_f) . **4**
3. Détermine l'asymptote oblique (D) de (C_f) et précise les positions relatives de (D) et (C_f) sur chacun des intervalles $] -\infty; -1[$ et $] 3; +\infty[$. **2**
4. Trace soigneusement (C_f) sur l'intervalle $[-6; 8]$. **2**

DEVOIR DE CLASSE TC5 N°1 SEMESTRE 2 (MATHÉMATIQUES)

Durée : 2h

EXERCICE 4 : (4 POINTS)

Soit les droites $(\mathcal{D}_1)$, $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{D}_3)$ passant respectivement par les points $A\left(\frac{4}{1}\right)$, $B\left(\frac{2}{1}\right)$ et $C\left(\frac{0}{-1}\right)$, de vecteurs directeurs respectifs $\vec{u}_1\left(\frac{2}{1}\right)$, $\vec{u}_2\left(\frac{-2}{0}\right)$ et $\vec{u}_3\left(\frac{1}{0}\right)$ et $(\mathcal{P})$ le plan d'équation cartésienne $x - 4y + 2z - 4 = 0$.

- 1) Etudie les positions relatives de $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{P})$, $(\mathcal{D}_2)$ et $(\mathcal{P})$ et de $(\mathcal{D}_3)$ et $(\mathcal{P})$.
- 2) Dans le cas où la droite est sécante au plan, détermine les coordonnées de leur point d'intersection.
- 3) Précise, en justifiant, les positions relatives de $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_2)$ et de $(\mathcal{D}_1)$ et $(\mathcal{D}_3)$.

EXERCICE 5 : SITUATION COMPLEXE (5 POINTS)

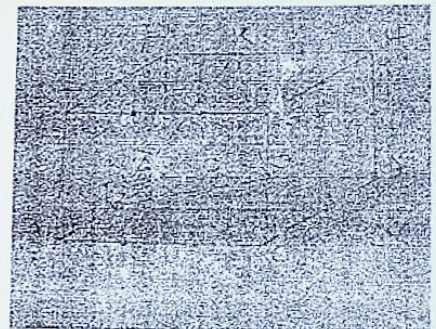
Au cours d'une séance de travaux dirigés de mathématique sur la géométrie analytique de l'espace, le professeur a fourni à ses élèves la figure ci-contre où ABCDEFGH est un pavé droit tel que

$AB = AE = 2 \text{ cm}$ et $AD = 3 \text{ cm}$. I et J sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[CG]$ et K est tel que $\vec{EK} = \frac{1}{3}\vec{EH}$.

Puis il leur a demandé de faire des conjectures sur le triangle IJK et son centre de gravité O.

L'un de ses élèves a fait les trois conjectures suivantes :

- Le triangle IJK est isocèle en J ;
- son centre de gravité O appartient à la droite (DF)
- et O est équidistant des faces ABCD, ABFE et ADHE du cube.



En utilisant tes connaissances sur la géométrie analytique de l'espace, tu es invité à dire si ces affirmations sont vraies ou fausses.

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AE} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{EH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$