

DEVOIR DE NIVEAU Terminale C PREMIER SEMESTRE

Durée : 3h

EXERCICE 1 BARYCENTRE

Soit ABC un triangle isocèle et rectangle en A tel que $AB = AC = a$. On désigne par I, le milieu du segment [BC].

1. Soit D le point défini par $\vec{AD} = 3\vec{AI}$. Ecris le point D comme barycentre des point A, B et C.
2. Soit G l'isobarycentre des point B, C et D. justifie que G est le barycentre du système $\{(A; 4); (D; 5)\}$, puis que G est aussi le barycentre du système $\{(A; 4); (B; 1); (C; 1); (D; 6)\}$.
3. Soit $(C) = \{M \in P; \|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 6\vec{MD}\| = \|\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\|\}$
 - a) Justifie que pour tout M du plan $4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} - 6\vec{MD} = -10\vec{AI}$.
 - b) Détermine alors l'ensemble (C).
4. Soit $(\Delta) = \{M \in P; 4MA^2 + MB^2 + MC^2 - 6MD^2 = -3a^2\}$. Vérifie que le point B appartient à (Δ) puis détermine l'ensemble (Δ) .
5. Soit $(\Gamma) = \{M \in P; 4MA^2 + MB^2 + MC^2 + 6MD^2 = 15a^2\}$. Vérifie que le point I appartient à (Γ) puis détermine l'ensemble (Γ) .

EXERCICE 2 LIMITE ET CONTINUITÉ

1. On pose $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x}-1}{x}$
 - a) Démontre que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
 - b) A l'aide de la limite d'une composée de fonctions, détermine les limites suivantes :
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-3x}-1}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x^2}-1}{x^2}$.
2. En utilisant la définition du nombre dérivé et le calcul des fonctions dérivées, détermine les limites suivantes :
 $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x \cos x + \pi}{x - \pi}$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{x - \sin x}$
3. Soit f la fonction numérique de la variable réelle x , définie par $f(x) = \frac{|x-2|-x^2}{|x+1|}$.
 - a) Justifie que pour tout x élément de $]2; +\infty[$, $f(x) = \frac{-x^2+x-2}{x+1}$ et calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - b) En utilisant une démarche analogue, calcule $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
 - c) Justifie que les droites d'équations respectives $y = x$ et $y = -x + 2$, sont des asymptotes à la courbe représentative (C_f) de f .
 - d) Calcule $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, puis interprète graphiquement ton résultat.
4. Soit g la fonction numérique définie sur $[-2; 2[\cup]2; +\infty[$, par $g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x+2}-x}$.
 - a) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$, puis interprète graphiquement ton résultat.
 - b) Justifie que $g(x) = \frac{2x-3}{-x^2+x+2}(\sqrt{x+2} + x)$, puis calcule $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$ et interprète graphiquement les résultats obtenus.