Lycée Classique Abidjan **DEVOIR N° 1** : Tle C (2h) 04 /10 /19

EXERCICE 1 (5 points) test objectif

1) Ecris sur ta copie vraie (V) ou fausse (F) pour chacune des propositions ci- dessous.

a) Si $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} g\circ f = +\infty$ V

b) La courbe de f admet une branche parabolique lorsque la limite de f(x)/x en + oo est 0

c) $2\,\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DF} + 5\,\overrightarrow{GD} = 3\,\overrightarrow{HD}$ peut s'interpréter D = bar{(E ; 2) ; (F ; 1) ; (G ; - 5) ; (H ; - 3)} F

d) Si A(- 1 ; 2), B(3 ; 1), C(2 ; 0), D(- 2 ; - 4) et G = bar{(A ; - 2) ; (B ; 1) ;(C ; 3) ; (D ; - 1)} alors G(13 ; 1)

2) Indique sur ta copie la bonne réponse pour chacune des questions ci- dessous

a) $\lim\limits_{x\to1} f(x) = -2$ et $\lim_{x\to-2} g(x) = 1$ alors $\lim_{x\to-2} fog(x) =$ 1 - 6 - -2

b) Soit g une fonction telle que pour tout $x \neq 0$; $g(x) \geq x^2 - 2x - \frac{1}{x}$ alors $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) =$ - oo - 0 - + oo et $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{g(x)}{x} =$ 0 - + oo - - oo

c) A, B, C, D 4 points, G centre de gravité de ABC pour tout point M : $-\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} + 3\,\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$3\,\overrightarrow{DG}$ - $3\,\overrightarrow{GD}$ - $6\,\overrightarrow{GA}$ -

EXERCICE 2 (7 points) test subjectif

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) soit les points, $A(0 ; -1)$, $B(8 ; 5)$ et $C(8 ; -5)$

1) Démontre que le triangle ABC est isocèle en B
2) Détermine les coordonnées de G = bar{(A ; - 1) ; (B ; 1) ; (C ; - 1) }et démontre que GA = GC
3) Soit (E) l'ensemble des points tels que : $MA^2 - MB^2 + MC^2 = -20$
   a) Démontre que A et C appartiennent à (E)
   b) Déduis en que (E) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon
   c) Soit (E') le symétrique de (E) par rapport à (AC). Construis (E) et (E')
4) a) Soit H l'orthocentre du triangle ABC. Justifie que les coordonnées de H sont (5 ; - 1)
   b) Déduis en que H = bar{(A ; 3) ; (B ; 2) ; (C ; 3) }

EXERCICE 3 (8 points) test subjectif

1) Calcule les limites : $\lim\limits_{x\to0} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - \frac{4}{x^2}$; $\lim\limits_{x\to2} \frac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{4x}}{x-2}$; $\lim_{x\to\pi/6} \frac{1-2\sin x}{6x-\pi}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2+x} - 2x$

2) On donne la fonction f définie de IR vers IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} & si\ x \leq 0 \\ f(x) = 2 + \frac{6}{x-2} & si\ x > 0 \end{cases}$ et Cf la courbe de f

a) Détermine Df et calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puis déduis en une asymptôte à Cf

b) Etudie la continuité de f en x = 0

3) Soit g la fonction donnée par le tableau de variation ci-dessous

x	-oo		2		3		6		+oo
g '(x)		+	‖	+	0	-	0	+	
g(x)	-oo ↗		+oo ‖ -oo	↗	3	↘	- 2	↗	2

a) Calculer g( ]2 ; + oo[ ) ; g( ]3 ; + oo[ ) et les limites: $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(2 - \frac{1}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(\frac{2-6x^2}{3-x^2}\right)$

b) Démontrer que h la restriction de g à]-oo ; 2[admet une bijection réciproque h^{-1} et dresser son tableau de variation

c) Justifie que l'équation g(x) = - 1 admet une solution unique k dans [3 ; 6]

$-3 < \frac{6}{2n-1}$

INTERROGATION ECRITE N° 2 Tle C5 **Durée : 20 mn**

1- On donne $a = 12b + 6$ où b est un entier.
  a) Effectue la division euclidienne de a par - 12.
  b) Effectue la division euclidienne de a par 4.

2- Donne l'écriture décimale du nombre A dont l'écriture en base 2 est $A = \overline{10110}^{2}$

3- a) Détermine l'ensemble des diviseurs de 6.
  b) En déduire les valeurs de n pour lesquelles $B = \frac{9 - 6n}{2n - 1}$ est un entier

4- Démontre par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$ 5 divise $2^{4n+1} + 3^{4n+1}$.

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR N° 2	Année Scolaire : 2019-2020
Mercredi 23 Octobre 2019	MATHEMATIQUES – Tle C (1er trimestre)	DUREE : 2 heures

EXERCICE 1

1- Soit deux entiers naturels a et b tels que ($a > b$). La division euclidienne de a par b a pour quotient 6 et pour reste 47.
Sachant que $a + b + r = 591$, détermine a et b.

2-Soit n un entier naturel

a) Détermine suivant les valeurs de n, les restes dans la division euclidienne par 5 des entiers 2^n et 3^n.

b) En déduire pour quelles valeurs de n le nombre entier $A = 1188^n + 2257^n$ est divisible par 5.

3- Montre que $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ est divisible par 17 :

a) en utilisant les congruences

b) En utilisant un raisonnement par récurrence.

$\overline{abc}$

4 - $\overline{abc}$ est l'écriture en base 10 d'un entier naturel

$\overline{abc}$ a) Montre que $\overline{abc} \equiv 4a + 2b + c \ [8]$

b) Sans utiliser la calculatrice, détermine si 552 est divisible par 8.

c) Détermine les valeurs possibles du chiffre a afin que $\overline{32a}$ soit divisible par 8.

$\overline{32a}$

EXERCICE 2

Partie A

On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = -7x^3 + 18x^2 + 1$

1- Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.

2- a) Etudier le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$

b) Dresser son tableau de variation de g.

3-a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur $\mathbb{R}$.

b) Vérifier que $2 < \alpha < 3$.

c) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 0,1.

4- Démontrer que : $\begin{cases} \forall x \in]-\infty, \alpha[\ g(x) > 0 \\ \forall x \in]\alpha, +\infty[\ g(x) < 0 \end{cases}$

Partie B

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = (x^3 - 1)\sqrt{3-x}$. Soit (C) sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J). Unité : 1cm

1- a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

b) Calculer la limite de f en $-\infty$.

c) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

2-a) Etudier la dérivabilité de f en 3 et interpréter graphiquement le résultat.

b) Démontrer que $\forall x \in]-\infty ; 3[\ f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{3-x}}$.

c) Etudier le sens de variations de f et dresser son tableau de variation.

3- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C) avec les axes du repère (O ; I ;J)

4- Représenter la courbe (C). (On prendra $\alpha = 2,5$)

5- Soit h la restriction de f à l'intervalle $]-\infty ; 1]$

a) Justifier que h est une bijection de $]-\infty ; 1]$ sur un intervalle K que l'on précisera.

b) Calculer $(h^{-1})'(0)$ (h^{-1} désigne la bijection réciproque de h).

Lycée Scientifique
Yamoussoukro

Année Scolaire 2008 -2009

DEVOIR DE MATHEMATIQUES : Terminale C

Mardi 6 janvier 2009 – Durée 3 heures.

Exercice : Soit P le polynôme défini par $P(z) = z^4 + 2(1-2i)z^3 - 3(\frac{3}{2} + 2i)z^2 + (-\frac{11}{2} + i)z + 3i$; $z \in \mathbb{C}$

1) Vérifier que $P(-1) = 0$
2) Démontrer que P admet une unique racine imaginaire pure $i\alpha$ que l'on déterminera.
3) Déterminer le polynôme Q tel que $P(z) = (z+1)(z - i\alpha)Q(z)$
4) Résoudre l'équation dans C l'équation $P(z) = 0$

Soit les points $A(-1)$ et $B(2i)$; et z est un nombre complexe différent de -1 et $2i$.
On note (Ψ) l'ensemble des points $M(z)$ tels que : $\arg(z+1) = \arg(iz+2) + k\pi; k \in \mathbb{Z}$

5) Démontrer que : $M \in (\Psi) \Leftrightarrow \text{mes}(\widehat{\overrightarrow{MA};\overrightarrow{MB}}) = \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$
6) En déduire et construire l'ensemble (Ψ).

7a) Construire l'ensemble (Γ) des points $M(z)$ tels que $|z+1| = |iz+2|$

b) Déterminer l'intersection de (Ψ) et (Γ)

Problème

Soit f la fonction de IR vers IR définie par $f(x) = x - \ln|x| + \ln(x+1)$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormé direct (O , I , J)

Partie A

1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f
2) Calculer la limite de f en 0 . Interpréter graphiquement ce résultat.
3) Calculer la limite de f à droite en -1. Interpréter graphiquement ce résultat.
4) Démontrer que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$.
5) Déterminer les positions de (C) relativement à la droite (Δ).
6) Démontrer que pour x appartenant à $]-1;0[\cup]0;+\infty[$, $f'(x) = \frac{x^2+x-1}{x(x+1)}$
7) Déterminer le sens de variation de la fonction f.
8) Dresser le tableau de variation de f.

9a) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

b)Démontrer que f réalise une bijection de $]-1;0[$ sur IR.

10) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]-1;0[$.
Vérifier que $-0,5 < \alpha < -0,4$

Partie B : On désigne par h la fonction définie sur $]-1;0[$ par $h(x) = f(x) - 5x - 2$

1) Démontrer que pour tout nombre réel x appartenant à $]-1;0[$, $h'(x) = -\frac{4x^2+4x+1}{x(x+1)}$
2) Justifier que la fonction h est strictement croissante sur $]-1;0[$
3) Démontrer que ~~pour tout nombre~~ réel x appartenant à $\cancel{]-1;0[\setminus\{-\frac{1}{2}\}, h(x)} > 0$ $\forall x \in]-1 ; -\frac{1}{2}[$, $\forall x \in]-\frac{1}{2} ; 0[$
4) Déterminer les positions de (C) relativement à (T).

Partie C : Elément de symétrie.

1a) Justifier que pour tout nombre réel x tel que $-1 < -\frac{1}{2} - x < 0$, on a : $-1 < -\frac{1}{2} + x < 0$

b) Démontrer que la courbe représentative de f sur $]-1;0[$ est symétrique par rapport au point $\Omega(-\frac{1}{2};-$

2) Construire (Δ) , (T) et (C) . **Unité graphique : 2cm. On prendra $\alpha = -0,4$.**

DEVOIR N$_1$

Durée ; 1H15 mn   Octobre 2019   TC

EXERCICE 1(8 POINTS)

Un point M en mouvement dans un repère $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ a les coordonnées suivantes, à un instant t.

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = 2\,t \\ y = 0 \\ z = -\,t^2 + 2\,t \end{cases} \qquad x, y\ et\ z\ en\ mètre\ , t\ en\ seconde\quad t \geq 0$$

1) Vecteur - position

1-1- Exprimer dans le repère $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, le vecteur position en fonction du temps

1-2- Déterminer la position du point M à la date $t_1 = 1\,s$.

1-3- Déterminer l'équation de la trajectoire du mobile

2) Vecteur - vitesse

2-1- Déterminer les coordonnées du vecteur - vitesse à chaque instant.

2-2- Déterminer le temps que met le point M au sommet de la trajectoire et déduire la valeur de la vitesse en ce point.

3) Vecteur - accélération

3-1- Déterminer les coordonnées du vecteur accélération à la date t.

3.2. En déduire la nature du mouvement sur chaque axe.

3-2-Calculer la valeur de l'accélération.

EXERCICE 2 (12 POINTS)

Sur une portion rectiligne ABCD de voie ferrée où s'effectue des travaux, un train, arrivant en A avec une vitesse de 15 $m.s^{-1}$ a le mouvement suivant :

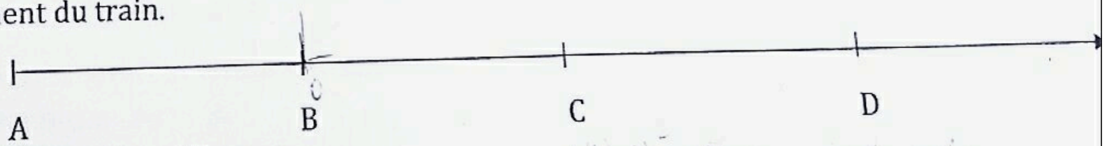
-De A à B tel que $AB = 125\ m$, un mouvement uniformément retardé réduisant la vitesse en B à 10 $m.s^{-1}$.

-De B à C pendant la durée de $\theta_2 = 1\ mn$, un mouvement uniforme.

-De C à D un mouvement uniformément retardé tel que la vitesse s'annule en D au bout de $\theta_3 = 50\ s$.

Tu es proposé d'établir les équations horaires du mouvement du train sur chaque portion et d'en déduis la distance totale parcourue.

Tu prendras pour origine des temps et des espaces le point B et le sens positif le sens de déplacement du train.



1. Etude de la portion AB

1.1. Calcule l'accélération a_1 du train.

1.2. Calcule la durée entre A et B ~~date t_B du passage en B~~.

1.3. Etablis la relation liant v_1 et t.

1.4. Donne l'équation horaire $x_1 = f(t)$.

2. Etude de la portion BC

2.1. Donne l'équation horaire $x_2 = g(t)$.

2.2. Calcul la distance BC

3. Etude de la portion CD

3.1. Calcule l'accélération a3 du train.

~~3.2. Calcule la date tc du passage du train en C et la distance $AC = X_C$.~~

3.3. Donne l'équation horaire $x_3 = h(t)$.

4. Calcule la distance totale $d = AD$ parcourue par le train.

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR N° 1	Année Scolaire : 2019-2020
Mercredi 02 Octobre 2019	MATHEMATIQUES – Tle C (1er trimestre)	DUREE : 2heures

EXERCICE I

ABC est un triangle rectangle isocèle en A. On pose AB = 2a avec a > 0

On désigne par I le milieu de [AB] et par G le point défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1-a) Démontre G est le barycentre des points pondérés (A ;3) (B ;1) et (C ; -2) .

b) Exprime GA^2 en fonction de a.

c) Démontre que $GB^2 = 5a^2$ et que $GC^2 = 17a^2$.

d) Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$

2- On désigne par (Δ_k) l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = k$ $(k \in IR)$

a) Pour quelle valeur de k le point B est-il élément de (Δ_k) ?

b) Démontre que pour tout point M du plan , on a : $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2 + 2\overrightarrow{MB}.(3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC})$.

c) Justifie que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$

d) Démontre que (Δ_{-4a^2}) est une droite tangente à (Γ) en B.

EXERCICE II

Partie A

Soit g la fonction de IR vers IR définie par : $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$

1- Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2-a) Démontrer que l'équation : $x \in IR$, $g(x) = 0$ admet une unique solution α .

b) Justifier que : $1 < \alpha < 2$

c) Donne un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}

3- Montrer que $\forall x \in]-\infty ;\alpha[$ $g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[$ $g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{1 - x}$ et note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O ; I ; J) du plan .(Unité :1cm)

1- a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) En déduire une équation de l'asymptote verticale à (C)

2- a) Montrer que $\forall x \in IR \setminus \{1\}$; $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1-x)^2}$

Etudier les variations de f et dresse son tableau de variation.

3- a)Montrer que $f(\alpha) = -3\alpha^2$

b) Donner un encadrement de $f(\alpha)$.

4- Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction (OJ)

5- Donner les coordonnées des points d'intersections de (C) avec les axes du repère

6- Trace la courbe (C).

LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN ANNEE SCOLAIRE 2019 2020

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES N°2 TC2

VENDREDI 25 /10/ 2019 DUREE : 2H

EXERCICE 1

Soit n un entier naturel.

a. Trouver suivant les valeurs de n, les restes de la division de 5^n par 13.

b. En déduire que $1981^{1981} - 5$ est divisible par 13.

c. Démontrer que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal 1, le nombre $N = 314^{n+1} + 184^{n-1}$ est divisible par 13.

$31^{4n+1} + 12^{4n-1}$

EXERCICE 2

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x\sqrt{x^2+1} - 1$

1) Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$

2) a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $g'(x) = \dfrac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$

b) En déduire le sens de variation de g puis dresser son tableau de variation

3) a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0 ; 1]$

b) Donner un encadrement de α par deux nombre décimaux consécutifs d'ordre 1

4) Montrer que $\forall x \in]-\infty; \alpha[, g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[, g(x) > 0$

Partie B

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I , J). Unité : 1 cm

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{3} - \sqrt{x^2+1}$ et (C) sa représentation graphique

1) a) Calculer, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

b) Interpréter graphiquement les résultats précédents

2) a) Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = \dfrac{x\,g(x)}{\sqrt{x^2+1}}$

b) En déduire le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

3) Construire la courbe (C).

31

19 21

Lecon 10 226 3

Lycée Classique Abidjan **DEVOIR N°5**: Tle C (2h) 10/02/17

EXERCICE 1

1) h est la fonction définie sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ par $h(x) = \frac{1}{1 + \sin x}$

   Démontrer que $h(x) = 1 + \tan^2 x - \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ et en déduire H une primitive de h sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$

2) f et g sont les fonctions définies sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ par : $f(x) = \frac{x\cos x}{(1+\sin x)^2}$ et $g(x) = \frac{x}{1 + \sin x}$

   a) Déterminer pour tout x de $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ g'(x) et démontrer que $f(x) = h(x) - g'(x)$

   b) En déduire la primitive F de f sur $[0 ; \frac{\pi}{4}]$ qui s'annule en 0

PROBLEME

PARTIE A : Soit la fonction f définie sur $]-1 ; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$

1) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et justifier que $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$

   b) Déterminer f '(x) et dresser le tableau de variation de f

2) a) Calculer f(0) et démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement 2 solutions sur $]-1 ; +\infty[$

   b) Justifier que l'une de ces solutions notée s appartient à $]-0,72 ; -0,71[$

   c) En déduire que $f(x) > 0$ pour $x \in]s ; 0[$ et $f(x) < 0$ pour $x \in]-1 ; s[\cup]0 ; +\infty[$

PARTIE B : On donne la fonction g définie par $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$ et Cg sa courbe dans un repère orthonormé (O ; I ; J) du plan : unité graphique 2 cm

1) a) Justifier que $D_g =]-1 ; +\infty[\setminus \{0\}$ et calculer $\lim\limits_{x \to -1} g(x)$, $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} g(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$

   b) Vérifier que $g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1} \times \frac{x+1}{x^2}$ et en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

   c) Quelles conséquences graphiques pour Cg peut-on tirer des limites calculées ?

2) a) Justifier que $g'(x) = \frac{f(x)}{x^3}$ et en déduire le signe de g'(x) suivant les valeurs de x

   b) Démontrer que $g(s) = \frac{1}{2s(s+1)}$ et en déduire une valeur approchée de g(s) en prenant $s = -0,715$

3) Dresser le tableau de variation de g et construire Cg dans le repère (O ; I ; J)

PARTIE C : Soit la fonction h définie sur $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{x^2} \times \ln(x+1) - \frac{1}{x} \times \frac{1}{x+1}$

1) a) Déterminer les fonctions u et v telles que l'on puisse écrire pour tout $x > 0$ h sous la forme $h(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$

   b) En déduire H une primitive de h sur $]0 ; +\infty[$

2) a) Démontrer que pour tout $x > 0$ on a : $\frac{1}{x} \times \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$

   b) En déduire F une primitive de la fonction : $x \longmapsto \frac{1}{x} \times \frac{1}{x+1}$ sur $]0 ; +\infty[$

3) Déduire des questions précédentes les primitives G de g sur $]0 ; +\infty[$

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR N° 1	Année Scolaire : 2019-2020
Mercredi 02 Octobre 2019	MATHEMATIQUES – Tle C (1er trimestre)	DUREE : 2 heures

EXERCICE I

ABC est un triangle rectangle isocèle en A. On pose AB = 2a avec $a > 0$

On désigne par I le milieu de [AB] et par G le point défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1-a) Démontre G est le barycentre des points pondérés (A ;3) (B ;1) et (C ; -2)

b) Exprime GA^2 en fonction de a.

c) Démontre que $GB^2 = 5a^2$ et que $GC^2 = 17a^2$.

d) Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$

2- On désigne par (Δ_k) l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = k$ $(k \in \mathbb{R})$

a) Pour quelle valeur de k le point B est-il élément de (Δ_k) ?

b) Démontre que pour tout point M du plan, on a : $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2 + 2\overrightarrow{MB}.(3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC})$.

c) Justifie que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$

d) Démontre que (Δ_{-4a^2}) est une droite tangente à (Γ) en B.

EXERCICE II

Partie A

Soit g la fonction de IR vers IR définie par : $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 1$

1- Etudier le sens de variation de g et dresser son tableau de variation.

2-a) Démontrer que l'équation : $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = 0$ admet une unique solution α.

b) Justifier que : $1 < \alpha < 2$

c) Donne un encadrement de α d'amplitude 10^{-1}

3- Montrer que $\forall x \in]-\infty ; \alpha[$ $g(x) > 0$ et $\forall x \in]\alpha ; +\infty[$ $g(x) < 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x) = \dfrac{x^3 + 1}{1 - x}$ et note (C) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O ; I ; J) du plan .(Unité :1cm)

1- a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) En déduire une équation de l'asymptote verticale à (C)

2- a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(1-x)^2}$

Etudier les variations de f et dresse son tableau de variation.

3- a)Montrer que $f(\alpha) = -3\alpha^2$

b) Donner un encadrement de $f(\alpha)$.

4- Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction (OJ)

5- Donner les coordonnées des points d'intersections de (C) avec les axes du repère

6- Trace la courbe (C).

Lycée Classique Abidjan DEVOIR SURVEILLE N° T C (2 h) 16 /05 /17

EXERCICE 1

Pour superviser les élections dans un bureau de vote, on forme un groupe de 5 observateurs choisis parmi 10 personnes dont 4 femmes. M et Mme SEHI font partie de cette assemblée.

1) Démontrer qu'il y a 252 groupes d'observateurs possibles.

2) Soit les événements A « Mme SEHI fait partie du groupe » ; B « M et Mme SEHI font partie du groupe » ; C « Le groupe comprend exactement 2 femmes »

a) Calculer P(A) et justifier que P(B) = 2/9

b) Calculer P(C), $P(A \cap C)$ et en que déduire $P(A \cup C) = 31/42$

3) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de femmes faisant partie du groupe des 5 observateurs

a) Donner les différentes valeurs prises par X et déterminer la loi de probabilité de X

b) Calculer le nombre moyen de femmes dans un groupe de 5 observateurs.

4) A la fin de la journée chacun des 5 observateurs du centre LCA donne une note comprise entre 1 et 6 afin de porter une appréciation sur le déroulement du scrutin. Les notes ainsi données sont indépendantes. Le scrutin est jugé crédible si au moins 3 des 5 observateurs donnent une note supérieure ou égale à 3.

a) Quelle est la probabilité pour qu'un observateur donne une note supérieure ou égale à 3

b) En déduire que la probabilité pour que le scrutin soit jugé crédible est 64/81

EXERCICE 2

1) On donne les équations différentielles (I) : $xy' - 2y = 0$ et (II) : $xy' - 2y = \ln x$

a) Trouver les réels a, b et c pour que $P(x) = ax^2 + bx + c$ soit une solution de (I)

b) Soit f et g deux fonctions dérivables sur $]0 ; +\infty[$ telle que $g(x) = f(x) / x^2$

Démontrer que f est solution de (II) $\Leftrightarrow$ g est une primitive sur $]0 ; +\infty[$ de $h(x) = \ln x / x^3$

c) Par une intégration par parties, déterminer les primitives sur $]0 ; +\infty[$ de $h(x) = \ln x / x^2$

2) En déduire que les solutions de (II) sont les fonctions $f_n(x) = -\frac{1+\ln(x^2)}{4} + nx^2$ avec $n \in$ IR

3) a) Calculer les limites de f_n en 0 et en $+\infty$

b) Calculer $f_n'(x)$ et dresser le tableau de variation de f_n

c) Dans un repère orthonormé (O ; I ; J) construire les courbes des fonctions f_{-2} et f_1

EXERCICE 3

On veut étudier les fonctions f et F définies sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \ln(e^x + x) - x$ et $F(x) = \int_1^x f(t)\,dt$

1) Soit la fonction g définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = \ln(1 + x) - x$
Etudier le sens de variation de g et en déduire que pour tout $x \geq 0$; $\ln(1 + x) \leq x$

2) a) Justifier que pour tout $x \geq 0$; $f(x) = \ln(1 + x e^{-x})$ et en déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

b) Pour tout $x \geq 0$; calculer $f'(x)$ et en déduire les variations de f

c) Dresser le tableau de variation de f et en déduire le signe de f(x) sur $[0 ; +\infty[$

3) a) Etudier le signe de F(x) suivant les valeurs de x

b) A l'aide du 1) et du 2) c) démontrer que pour tout $t \geq 0$; $0 \leq f(t) \leq t e^{-t}$

c) Calculer à l'aide d'une intégration par parties $\int_1^x t e^{-t}\,dt$

d) En déduire que : $2e^{-1} - 1 \leq F(0) \leq 0$ et que $0 \leq \lim\limits_{x \to +\infty} F(x) \leq 2e^{-1}$

e) Calculer F'(x) et étudier les variations de F

4) Dresser le tableau de variation de F et donner une allure de la courbe de F

|LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN| 28 janvier 2016

DEVOIR de MATHEMATIQUES

Durée : 2H
Classe : TC4

EXERCICE-1

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormal direct $(O\,;\vec{u},\vec{v})$. L'unité graphique est 4 cm.

À tout point M d'affixe z non nulle, on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = -\frac{1}{\bar{z}}$, où $\bar{z}$ désigne le nombre complexe conjugué de z.

1. a) Déterminer une relation entre les arguments de z et de z'.
   b) En déduire que les points O, M et M' sont alignés.
2. Démontrer que $\overline{z'+1} = \frac{1}{z}(z-1)$.

On nomme A et B les points d'affixes respectives 1 et -1. On désigne par C le cercle de centre A contenant le point O et par C* le cercle C privé du point O.

3. On suppose dans cette question que le point M appartient à C*.
   a) Justifier l'égalité : $|z-1| = 1$. Démontrer que $|z'+1| = |z'|$. Interpréter géométriquement cette égalité
   b) Déduire de ce qui précède une construction géométrique du point M' à partir du point M.
4. Le point M étant un point du plan, d'affixe z non réelle, on nomme M_1 son symétrique par rapport à l'axe des réels.
   a) Calculer $\frac{z'+1}{z'-1}$ en fonction de z. Exprimer alors l'argument de $\frac{z'+1}{z'-1}$ en fonction de l'angle $(\overrightarrow{M_1A}, \overrightarrow{M_1B})$
   b) Comparer les angles $(\overrightarrow{M_1A}, \overrightarrow{M_1B})$ et $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$.
   c) Démontrer que M' appartient au cercle circonscrit au triangle AMB.

EXERCICE-2

A. On désigne par f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{\frac{x}{2}} - e^{x}$ et on appelle C la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. Étudier les variations de f. Préciser les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Déterminer le signe de $f(x)$ en fonction de x.
3. Tracer la courbe C.

B. Dans cette partie, on se propose d'étudier la fonction g définie sur $\mathbb{R}-\{0\}$ par $g(x) = \ln\left|e^{\frac{x}{2}} - e^{x}\right|$.

On note G la courbe représentative de g dans le repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

1. Préciser les limites de g en $-\infty$, en $+\infty$ et en 0.
2. Calculer $g'(x)$ et déterminer le signe de $g'(x)$ en utilisant le signe de $f'(x)$ et le signe de $f(x)$. Dresser le tableau de variation de g.
3. Démontrer que pour tout x réel strictement positif, $g(x) - x = \ln\left(1 - e^{-\frac{x}{2}}\right)$.

Montrer que la droite D d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe G. Étudier la position de la courbe G par rapport à D pour tout x réel strictement positif.

4. Démontrer que pour tout x réel strictement négatif : $g(x) - \frac{x}{2} = \ln\left(1 - e^{\frac{x}{2}}\right)$.

Montrer que la droite d d'équation $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe G. Étudier la position de G par rapport à d pour tout x réel strictement négatif.

5. Construire G, D et d (on utilisera un graphique différent de celui de la partie A).

 | Cisse M. G. Email : c.mauriceguston@live.fr Cel : 00 913 101 Professeur certifié de Math

Lycée Classique D'Abidjan	DEVOIR COMMUN Tle C	Année scolaire 2015-2016
11 Janvier 2016	MATHEMATIQUES	Durée : 2 h 30

EXERCICE

1. On considère l'équation (E) : **109x - 226y = 1** où x et y sont des entiers relatifs.

a. Déterminer le PGCD de 109 et 226. Que peut-on en conclure pour l'équation (E) ?

b. Montrer que l'ensemble de solutions de (E) est l'ensemble des couples de la forme (141+ 226k ; 68+109k) où k appartient à l'ensemble des entiers relatifs Z.

c. En déduire qu'il existe un unique entier naturel non nul d inférieur ou égal à 226 et un unique entier naturel non nul e tels que **109d = 1+ 226e** . (On précisera les valeurs des entiers d et e.)

2. Démontrer que 227 est un nombre premier.

3. On note A l'ensemble des 227 entiers naturels a tels que a ≤ 226

On considère les deux **fonctions f et g** de A dans A définies de la manière suivante :
à tout entier de A, f associe le reste de la division euclidienne de a^{109} par 227 ;à tout entier de A, g associe le reste de la division euclidienne de a^{141} par 227.

a. Vérifier que g[$f(0)$]= 0 .

On rappelle le résultat suivant appelé petit théorème de Fermat :
Si p est un nombre premier et a un entier non divisible par p alors $a^{p-1} \equiv 1[p]$

b. Montrer que, quel que soit l'entier non nul a de A, $a^{226} \equiv 1$ [227].

c .En utilisant 1) c), en déduire que, quel que soit l'entier non nul a de A, g[$f(a)$] = a .

PROBLEME

On considère la fonction f définie sur [0 ; 1] par : $f(x) = \frac{x-1}{\ln x}$ *si* $0 < x < 1$; $f(0) = 0$ et $f(1) = 1$

On note Cf la courbe de f dans un repère orthonormé (O, I, J)

1. a. Démontrer que f est continue en 0 et en 1

b. Etudier la dérivabilité de f en 0. Donner une interprétation graphique du résultat

2. Soit la fonction k définie sur $[0 ; \frac{1}{2}]$ par : $k(t) = -\ln(1-t) - \left(t + \frac{t^2}{2}\right) - \frac{2t^3}{3}$

a. Etudier les variations de k

b. En déduire que pour $t \in [0 ; \frac{1}{2}]$ on a : $0 \leq -\ln(1-t) - \left(t + \frac{t^2}{2}\right) \leq \frac{2t^3}{3}$

(On admettra que $\forall t \in [0 ; 1[$, $\ln\left(\frac{1}{1-t}\right) \geq t + \frac{t^2}{2}$)

3. Soit la fonction g définie sur]0 ; 1] par : $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

a. En posant t = -p dans la double inégalité du 2. b démontrer que pour tout $p \in [-\frac{1}{2} ; 0]$ on a :

$$0 \leq g(1+p) - g(1) + \frac{p}{2} \leq \frac{2p^2}{3}$$

Lycée Classique Abidjan **INTERROGATION ECRITE N°7**: Tle C (30 mn) 09/12/15

1) Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

a) calculer $\lim_{x\to 0} g(x)$; $\lim_{x\to +\infty} g(x)$ et démontrer que $g'(x) = -4x\ln x$

b) Etudier les variations de g et dresser le tableau de variation de g

c) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α et déduire le signe de $g(x)$

2) On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(0) = 1$ et $f(x) = 0{,}5x^2(3 - 2\ln x) + 1$ si $x > 0$

a) Calculer la limite de f en 0. Quelle conclusion peut-on donner pour la fonction f

b) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

c) Etudier la dérivabilité de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat

d) Démontrer que pour $x > 0$ $f'(x) = 2x(1 - \ln x)$, f ' désignant la fonction dérivée de f

e) Etudier le sens de variation de f sur $[0 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation.

3) Soit la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = -2x + 5 - (\ln x / x)$ et C la courbe représentative de f

a) Calculer $\lim_{x\to 0} f(x)$ et donner une interprétation graphique du résultat

b) Déterminer $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ et donner l'équation d'une asymptôte oblique à C

LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN DEVOIR DE NIVEAU N°1 MATHS : TleC (2h) 15/10/18

EXERCICE 1

Soit ABCD un parallélogramme, I le milieu du [CD] et E le symétrique de A par rapport à B.
Les droites (AC) et (IB) se coupent en F. On veut démontrer que les points D, F et E sont alignés

1) Soit G = bar{(A ; 1) ; (C ; 2) ; (D ; 2) ; (E ; 1) }

Démontrer que G est l'isobarycentre des points B, D et C et en déduire que les points B, G et I sont alignés

2) Démontrer que les points A, G et C sont alignés et en déduire que les points G et F sont confondus
3) Démontrer que les points D, F et Esont alignés

EXERCICE 2

1) ABC est un triangle isocèle tel que AB = AC = 13 et BC = 10. I est le milieu du [BC] et G son centre de gravité.
   a) Calculer AG^2 et BG^2 puis démontrer que $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3\,MG^2 + 146$
   b) En déduire l'ensemble des points M du plan vérifiant $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 190$
2) Soit D le point tel que ABCD soit un parallélogramme et H = bar{(A ; k) ; (B ; k + 1) ; (C ; k - 1) ; (D ; -3k + 1)} avec k réel
   a) Déterminer l'ensemble E des réels k pour lesquels G est défini
   b) Démontrer que A = bar{(B ; 1) ; (C ; -1) ; (D ; 1)}
   c) Justifier que $\overrightarrow{AH} = 2k\,\overrightarrow{DB}$ et en déduire l'ensemble des points H lorsque k décrit E

EXERCICE 3

1) a) Démontrer que $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$ et en déduire $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x^2}$ et $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1-\cos x}}$
2) Soit f et g les fonctions de IR vers IR telles que $f(x) = \frac{\sqrt{3}\cos x - \sin x}{3x - \pi}$ et $g(x) = (x+1)\tan\left(\frac{1}{x}\right)$
   a) Justifier que $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ et que $\lim_{x \to \frac{\pi}{3}} f(x) = -\frac{2}{3}$
   b) En déduire que f peut-être prolonger par continuité en $x = \frac{\pi}{3}$ et définir ce prolongement h
   c) Justifier que $g(x) = \frac{\sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}\left(\frac{x+1}{x}\right)\frac{1}{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}$ puis à l'aide de limite de composée de fonction calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$ et donner une asymptôte à la courbe de g

EXERCICE 4

Soit g la fonction définie sur IR \ {2} et donnée par le tableau de variation ci-dessous

x	-oo	2		3		5		+oo
g '(x)	+	‖	+	0	-	0	+	
g(x)	-oo ↗	+oo ‖ -oo	↗	-1	↘	-4	↗	4

1) Calculer les limites $\lim\limits_{x\to -\infty} g\left(2 + \frac{1}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} g\left(\frac{2+5x^2}{3+x^2}\right)$ puis g( ]2 ; 5[ ) ; g( ] 2 ; + oo [ )
2) a) Justifier que la restriction de g à [3 ; 5] admet une bijection réciproque notée g^{-1} dont on donnera les ensembles de départ, d'arrivée et le sens de variation
   b) Démontrer que l'équation g(x) = 0 admet une solution unique dans] 2 ; + oo [

Lycée de Garçons de Bingerville — Année Scolaire: 2016-2017

Classe : T$^{\text{nle}}$ C

FICHE D'EXERCICES DE MATHEMATIQUES

Séance des Samedi 4 et 11 Février 2017

EXERCICE N° 0

Déterminer une primitive des fonctions i et g et la primitive de h sur $]0;1[$

$$i(x) = -\tan^3 x - \tan x + \left(x - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)\sin\left[\left(\frac{1}{x} - \sqrt{x^2+1}\right)^2\right];$$

$$g(x) = \left(2x^2+1\right)^3 - \frac{3x^2-6x+4}{x^2-2x+1} \text{ et } h(x) = \frac{x\sin x + \cos x}{x^2} \text{ avec } H\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

EXERCICE N° 1

I- Soit $f : \mathfrak{R} \to \mathfrak{R}$

$$x \mapsto -x + \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|$$

Etudier les variations de f.

II-Soit $h : \mathfrak{R} \to \mathfrak{R}$ et $g : \mathfrak{R} \to \mathfrak{R}$

$$x \mapsto x\ln x \qquad\qquad x \mapsto x\ln\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

1-a)Etudier les variations de h.

b)Déduire le signe de h.

2- a)Déterminer g' et g'', étudier les variations de g'.

b)Donner les variations de g.

EXERCICE N° 2

PARTIE A

Soit u la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $u(x) = x^2 - 2 + \ln x$.

1-Etudier les variations de u.

2-Montrer qu'il existe un unique réel α tel que : $u(\alpha) = 0$.

3-En déduire le signe de u.

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur par : $f : IR \to IR$

$$x \mapsto 4 + x^2 + \ln^2 x - 4\ln x.$$

1-Déterminer D_f.

2-Exprimer f en fonction de u.

3-Dresser le tableau de variation de f.

PARTIE C

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; I ; J).On note :

- (Γ) la courbe représentative de la fonction ln .
- A le point de coordonnées (0 ;2).
- M le point (Γ) d'abscisse $x \in]0;+\infty[$.

1-Montrer que : $AM = \sqrt{f(x)}$.

2-Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

a)Montrer que f et g ont les mêmes variations.

b) Montrer que la distance AM est minimale en un point de (Γ) noté P dont on précisera les coordonnées.

c) Montrer que : $AP = \alpha\sqrt{1+\alpha^2}$.

3-Montrer que la droite (AP) est perpendiculaire à la tangente à (Γ) en P.

EXERCICE N° 3

Le plan est muni du repère orthonormé (O ;I ;J) et l'unité graphique est égale à 1cm .

Soit f_m la famille de fonctions définies par : $f_m : IR \to IR$

$$x \mapsto \frac{(m+\ln|x|)^2}{x} \text{ où } m \text{ un nombre réel .}$$

On désigne par (C_m),la courbe représentative de f_m.

Partie A

1-Déterminer l'ensemble de définition de f

2-Soit $M_0(x_0 ;y_0)$ un point donné du plan.

a) Montrer que aucune courbe (C_m) ne passe par M_0 si $x_0y_0 < 0$.

b) Quelles conditions doivent vérifier les coordonnées de M_0 pour qu'une seule courbe (C_m) passe par M_0.

3-Montrer qu'au plus deux courbes (C_m) passent par M_0.

Partie B

1- Montrer que : $1-\ln^2(-x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty;-e^1[\cup]-e^{-1};0[$.

2-Soit $u : IR \to IR$

$x \mapsto \dfrac{(1+\ln(-x))^2}{x}$. On désigne par (C_u),la courbe représentative de u.

a) Déterminer l'ensemble de définition de u.

b) Déterminer les limites de u aux bornes de son ensemble de définition puis interpréter graphiquement les résultats.

c) u est dérivable sur $]-\infty;0[$.

Montrer que : $\forall x \in]-\infty;0[; u'(x) = \dfrac{1-\ln^2(-x)}{x^2}$.

d) Donner les variations de u puis dresser son tableau de variation.

e) Donner une équation de la tangente (T_{-1}) à (C_u) au point d'abscisse -1.

f) Construire (T_{-1}) et (C_u).

Partie C

1- Montrer que la solution dans IR de l'inéquation : $-\ln^2 x + 4\ln x - 3 > 0$ est $\left]e; e^3\right[$.

2-Soit $v : IR \to IR$

$$x \mapsto \frac{(-1+\ln x)^2}{x}$$. On désigne par (C_v),la courbe représentative de v.

a) Déterminer l'ensemble de définition de v.

b) Déterminer les limites de v aux bornes de son ensemble de définition puis interpréter graphiquement les résultats.

c) v est dérivable sur $]0;+\infty[$.

Montrer que : $\forall x \in]0;+\infty[; v'(x) = \dfrac{(-1+\ln x)(3-\ln x)}{x^2}$.

d)Donner les variations de v puis dresser son tableau de variation

e) Donner une équation de la tangente (T_1) à (C_v) au point d'abscisse 1.

f) Construire (T_1) et (C_v).

Partie D

1- f_m est dérivable sur IR^*.

a) Montrer que : $\forall x \in IR^*; f_m'(x) = \dfrac{(m+\ln|x|)(2-m-\ln|x|)}{x^2}$.

b)Etudier les variations de f_m puis dresser son tableau de variation.(*On ne calculera pas les limites)*

2-Etudier la parité de f_m .

3-a)Justifier que u est la restriction de f_1 à $]-\infty;0[$ et v celle de f_{-1} à $]0;+\infty[$.

b) Comment obtient-on(C_{-1}) et (C_1) à partir de (C_u) et (C_v) .

4-Tracer (C_{-1}) et (C_1).