

Lycée Classique Abidjan Vendredi, 8 Janvier 2020	DEVOIR de NIVEAU MATHÉMATIQUES – Tle C	Année Scolaire : 2019-2020 DUREE : 2 heures
---	---	--

**EXERCICE 1 (7 points)**

Pour chaque question, une seule des trois propositions suivantes est exacte. Indique sur ta copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.  
*Une bonne réponse rapporte 1 point ; une mauvaise réponse enlève 0,5 point. L'absence de réponse ne rapporte et n'enlève aucun point.*

1- le nombre complexe  $z$  vérifiant  $(\sqrt{3} - i)\bar{z} - 2 + i$ , a pour forme algébrique

- a)  $\frac{2-i}{\sqrt{3}-i}$       b)  $\frac{1+2\sqrt{3}}{4} + i\frac{\sqrt{3}-2}{4}$       c)  $\frac{1+2\sqrt{3}}{4} + i\frac{2-\sqrt{3}}{4}$

2- Soit  $z$  un nombre complexe non nul d'argument  $\theta$ . Un argument du complexe  $\frac{-1+i\sqrt{3}}{\bar{z}}$  est :

- a)  $-\frac{\pi}{3} + \theta$       b)  $\frac{2\pi}{3} + \theta$       c)  $\frac{2\pi}{3} - \theta$

3- Soit  $z$  un nombre complexe,  $|z + i|$  est égal à :

- a)  $|z| + 1$       b)  $|z - 1|$       c)  $|i\bar{z} - 1|$

4- Soit  $n$  un entier naturel. le nombre complexe  $(\sqrt{3} + i)^n$  est un imaginaire pur si et seulement si :

- a)  $n = 3$       b)  $n = 6k + 3$  avec  $k$  entier relatif      c)  $n = 6k$  avec  $k$  entier relatif

5- Soit  $A$  et  $B$  deux points d'affixes respectifs  $i$  et  $-1$ . L'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$  tels  $|z - i| = |z + 1|$  est :

- a) La droite  $(AB)$       b) le cercle de diamètre  $[AB]$       c) la droite perpendiculaire à  $(AB)$  passant par  $O$ .

6- L'ensemble des points  $M$  d'affixes  $z = x + iy$  ( $x$  et  $y$  des réels) vérifiant  $|z - 1 + i| = |3 - 4i|$  a pour équation :

- a)  $y = -x + 1$       b)  $(x-1)^2 + y^2 = \sqrt{5} \cdot (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$       c)  $(x-1)^2 + y^2 = 5 \cdot (x-1)^2 + (y+1)^2 = 25$

7- Le nombre complexe  $(-1 + i\sqrt{3})^5$  est égal à

- a)  $-16(1 + i\sqrt{3})$       b)  $16(-1 + i\sqrt{3})$       c)  $16(1 - i\sqrt{3})$

**EXERCICE 2 (6 points)**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par : 
$$\begin{cases} f(x) = x[\ln(x+2) - \ln x] & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1- Etudie la continuité et la dérivabilité de  $f$  en  $0$ .

2- Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

3-a) Démontre que  $\forall x \in ]0; +\infty[$   $f''(x) = -\frac{4}{x(x+2)^2}$ .

b) Déduis le sens de variation de  $f'$ .

c) Dresse le tableau de variation de  $f'$ . (On ne demande pas de calcul de limites)

d) Déduis le signe de  $f'$ .

4- Donne le sens de variation de  $f$  et dresse son tableau de variation.

**EXERCICE 3 (7 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O ; I ; J)$ .

Soit  $m$  un nombre réel non nul et  $f_m$  la fonction de  $\mathbb{R}$  vers  $\mathbb{R}$  définie par  $f_m(x) = mx + 1 + \ln(mx)$ .

On désigne par  $(C_m)$  la courbe représentative de  $f_m$ .

1-a) Détermine, suivant les valeurs de  $m$  l'ensemble de définition de  $f_m$ .

b) Démontrer que pour tout nombre réel  $m$ , les courbes  $(C_m)$  et  $(C_{-m})$  sont symétriques par rapport à  $(OJ)$ .

c) Pour  $m > 0$ , calculer les limites de  $f_m$  aux bornes de son ensemble de définition.

2- Etudie les variations de  $f_m$  et dresser son tableau de variation pour  $m > 0$

3-a) Dresse le tableau de variation de  $f_2$ .

b) Démontre que l'équation  $f_2(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et vérifie que  $\alpha \in ]0,1 ; 0,2[$

c) Tracer  $(C_2)$  et  $(C_{-2})$