LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN ANNEE SCOLAIRE 2021 / 2022

DEVOIR DE NIVEAU N°1 DE MATHEMATIQUES TERMINALE C

Date : Vendredi 22 Octobre 2021 **Durée :** 2H

EXERCICE 1

Recopie le tableau et mets V (vrai) pour une réponse juste, F (faux) pour une réponse fausse. Soit A, B, C trois points non alignés du plan. B' le milieu du segment $[AC]$ et C' celui de $[AB]$. Enfin, soit G le barycentre du système $\{(A, 3)\ (B, 2)\ (C\ 1)\}$.

G est le barycentre du système $\{(A, -1), (C\ 3), (B, 2)\ (A, 4)\ (C, -2)\}$.		G appartient au segment [A'C']	
On a $\overrightarrow{BG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$.		Tous les point M du plan vérifient : $3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} = 6\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MC}$.	

EXERCICE 2

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Ecrit le numéro de la question suivie de la lettre indiquant la bonne réponse.

1) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{|2x-2|-x}{2x-4}$ est égale à :

a) $\frac{1}{2}$ b) $+\infty$ c) 0 d) n'existe pas.

2) $\lim\limits_{x\to +\infty} \sqrt{x^2+4x+12} - x + 2$ est égale à :

a) 0 b) $+\infty$ c) 4 d) $-\infty$

EXERCICE 3

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1) a) Détermine le sens de variation de g sur $\mathbb{R}$
   b) Dresse le tableau de variation de g sur $\mathbb{R}$
2) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution β dans $\mathbb{R}$
3) Démontre que pour $x \in]-\infty\ ; \beta[$, $g(x) < 0$ et pour $x \in]\beta ; +\infty[$, $g(x) > 0$

Partie B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) : unité : 1cm.

Soit f la fonction numérique à variable réelle définie par $f(x) = \dfrac{x^3+2x^2}{x^2-1}$ et (C) sa courbe représentative.

1) a) Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
   b) Donne une interprétation graphique des résultats.
2) a) Démontre que pour tout x élément de D_f, $f'(x) = \dfrac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$
   b) En déduis le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation

3) Soit h la restriction de f à $[0 ; 1[$.

a) Montre que h est une bijection de $[0 ; 1[$ sur un intervalle K que tu détermineras.

b) Dresse le tableau de variation de h^{-1} la bijection réciproque de h.

EXERCICE 4

ABC est un triangle rectangle isocèle en A. On pose $AB = 2a$ avec $a > 0$

On désigne par I le milieu du segment [AB] et par G le point défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1) a) Exprime GA^2 en fonction de a.

b) Justifie que $GB^2 = 5a^2$ et que $GC^2 = 17a^2$

c) Démontre que G est le barycentre des points pondérés $(A, 3)$, $(B, 1)$ et $(C, -2)$.

d) Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que :

$$3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$$

2) On désigne par (Δ_k) l'ensemble des points M du plan tels que :

$$3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = k \ (k \in \mathbb{R})$$

a) Pour quelle valeur de k le point B est-il un élément de (Δ_k) ?

b) Démontre que pour tout point M du plan, on a :

$$3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2 + 2\overrightarrow{MB}.(3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC})$$

c) Justifie que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$

3) Démontre que (Δ_{-4a^2}) est une droite tangente à (Γ) en B.

EXERCICE 5

Le père de YEO, élève en terminale dans un lycée d'Abidjan, est propriétaire d'une entreprise.

Pour sa production comprise entre 0 et 600 objets, le bénéfice de l'entreprise en million de francs CFA, pour x objets produits en centaine d'unités, est modélisé par la fonction f définie sur $[0 ; 6]$ par $f(x) = -4x^3 + 24x^2 - 21x - 9$.

YEO te sollicite pour l'aider à déterminer la quantité d'objets à produire pour que l'entreprise puisse être rentable.

Il souhaite par la même occasion avoir le nombre d'objets à produire pour avoir un bénéfice maximal.

En utilisant tes connaissances de classe répond aux préoccupations de YEO.