Lycée classique d'Abidjan

Année scolaire 2021 2022

DEVOIR SURVEILLE N°3 DE MATHEMATIQUES TC

Durée : 2H

EXERCICE 1

Partie A

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation cartésienne $x + 2y - 3z - 1 = 0$ et la droite (D) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

Détermine dans chaque cas la bonne réponse

1) le point appartient à la droite (D) :

a) A (3 ; 1 ; - 3) b) B (2 ; - 1 ; - 1) c) C (-1 ; 3 ; -2)

2) a) (D) strictement est parallèle à (P) b) (D) est sécante à (P) c) (D) est incluse dans (P)

Partie B

1) $\overline{1021}^{3}$ est égal à

a) 11 b) 34 c) 27

2) $\overline{BAC}^{16}$ est égal à

a) 2988 b) 2999 c) 2989

EXERCICE 2

Répond par vrai ou par faux aux affirmations suivantes :

1) 2021 n'est pas un nombre premier Vrai

2) $\overline{11110011}^{2}$ est l'écriture en base 2 de 243 V

3) Tout vecteur orthogonal au vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ d'un plan est un vecteur normal à ce plan F

4) l'intersection de deux plan est une droite. Faux

EXERCICE 3

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^3(x)$.

a) Justifie que pour tout réel x, $f''(x) + 9f(x) = 6\sin(x)$

b) En déduis la primitive F de f sur R qui s'annule en 0.

2) f est définie sur $]-\infty ; 0[$ par $f(x) = \dfrac{3x^2 - 4x + 1}{(2x^2 - x)^2}$

a) Détermine les nombres réels a et b tels que pour tout $x \in]-\infty ; 0[$, $f(x) = \dfrac{a}{x^2} + \dfrac{b}{(2x-1)^2}$

b) Détermine la primitive F de f sur $]-\infty ; 0[$ qui s'annule en -1

EXERCICE 4

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

On considère les points A(1 ; 2 ;2), B(3 ;2 ;1) et C(1 ; 3 ; 3).

1) a) Montre que les points A, B et C déterminent un plan.

b) Détermine trois réels a, b et c tels que $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ soit un vecteur normal au plan (ABC).

c) En déduis une équation cartésienne du plan (ABC)

d) Détermine la distance du point O au plan (ABC)

2) On considère les plans P_1 et P_2 d'équations cartésienne respectives:

$x - 2y + 2z - 1 = 0$ et $x - 3y + 2z + 2 = 0$

a) Montre que les plans P_1 et P_2 sont sécants suivant une droite (D)

b) Montre que le point C appartient à la droite (D)

c) Démontre $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite (D)

d) En déduis une représentation paramétrique de la droite (D)

3) Soit (Δ) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 3 + k \\ y = 2 + k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ z = 3 + k \end{cases}$

a) Démontre que la droite (Δ) est sécante au plan P_1 ~~et~~

b) Détermine le point H, intersection de (Δ) et P_1

EXERCICE 5

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ d'unité 1km.

Le plan $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ représente le sol.

Les élèves d'une classe de terminale C du lycée classique d'Abidjan se rendent à l'ASECNA qui est l'agence qui s'occupe entre autre de la sécurité aéroportuaire. Le responsable de la tour de contrôle affirme que pour le moment, ils ont la charge de surveiller deux routes aériennes, représentées par deux droites de l'espace (D_1) et (D_2) dont les représentations paramétriques respectives sont :

$$\begin{cases} x = 3 + k \\ y = 9 + 3k \quad (k \in \mathbb{R}) \\ z = 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = 0,5 + 2t \\ y = 4 + t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Le responsable affirme que deux avions volant simultanément sur ces deux routes aériennes ne peuvent entrer en collision.

De retour en classe, les élèves se demandent si l'affirmation du responsable est vraie.

A l'aide d'une démonstration argumentée, répond à leur préoccupation.