Lycée classique Abidjan Année Scolaire : 2021 - 2022

COURS DE SOUTIEN DE MATHS Tle C : Séance du 15-01-2022

EXERCICE 1

1-Déterminer les réels a et b tels que pour tout réels x, on a $\frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} = a + \frac{b}{1+e^{2x}}$.

2- Soit g la fonction définie et dérivable sur IR, par $g(x) = e^{-2x}\ln(1+e^{2x})$

a) Déterminer la fonction dérivée g' de la fonction g puis calculer $2g(x) + g'(x)$.

b) En déduire que pour tout réel x ; ona $g(x) = 1 - \frac{e^{2x}}{1+e^{2x}} - \frac{1}{2}g'(x)$

c) Déterminer alors la primitive G de g qui prend la valeur $-\frac{1}{2}\ln 2$ en 0.

EXERCICE 2

1-Pour quelles valeurs du nombre réel x le complexe $z = 10 - 3x + i(2+x)(x-i)$ est-il

a) un nombre réel ?

b) un nombre imaginaire pur ?

2- Déterminer la forme algébrique du complexe z vérifiant :

a) $(1+i)z - 3 + 2i = 0$

b) $(2-i)\overline{z} + 5i = 0$

EXERCICE 3

Le plan est muni du repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{e_1} ; \overrightarrow{e_2})$.

Soit z un nombre complexe. On pose $z = x + iy$ et $Z = \frac{z-i}{z+1}$

1-Ecris Z sous forme algébrique.

2- Détermine l'ensemble (E) des points M d'affixe z telle que Z soit un imaginaire pur.

3- Déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z telle que $\frac{z-i}{z+1}$ soit un nombre réel.

PROBLEME

PARTIE A :

Soit g la foction définie sur IR par $g(x) = x - e^{-x/2}$

1- Calculer les lmites de g aux bornes de son ensemble de définition.

2- Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

3- a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans IR .

b) Vérifier que $0,70 < \alpha < 0,71$

4- Démontrer que $g(x) > 0 \ \forall x \in]\alpha ; +\infty[$ et $g(x) < 0 \ \forall x \in]-\infty ; \alpha[$

PARTIE B

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O ;I ; J)

Soit f la fonction de IR vers IR definie par $f(x) = (2x - 4)e^{x/2} + 2 - x$

1- Calculer $f'(x)$ et montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ $f'(x) = e^{x/2}g(x)$.

2- En déduire le sens de variation de f

3-a) Démontrer que $f(\alpha) = 4 - \alpha - \dfrac{4}{\alpha}$

b) En déduire un encadrement de $f(\alpha)$

4-a) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 2)(2e^{x/2} - 1)$

b) En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter les résulats obtenus

5-a) Calculer la limite de f en $-\infty$.

b) Montrer la droite (D) d'équation $y = 2 - x$ est une asymptote à (Cf) en $-\infty$.

c) Etudier la position de (Cf) par rapport à (D).

6-a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (Cf) avec les axes du repère.

c) Construire (Cf)