LYCEE CLASSIQUE ABIDJAN
08 BP 39 ABIDJAN 08
22 44 35 17
Cherche, trouve et jamais n'abandonne

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Année Scolaire : 2021-2022

Classe : Tle C Durée : 1 h30mn Date : 7 Décembre 2021

EXERCICE 1

L'espace est muni d'un repère orthonormal (O ; i ; j ; k) . $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$

On note (D) la droite passant par les points A(1 ; −2 ; −1) et B(3; −5; −2).

1. Détermine une représentation paramétrique de la droite(D)

2. On note (D') la droite ayant pour représentation paramétrique: $\begin{cases} x = 2-k \\ y = 1+2k \\ z = k \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{R}$.

Montre que les droites (D) et(D') ne sont pas coplanaires.

3. On considère le plan (P) d'équation 4x+y+5z+3=0.

a. Montre que le plan(P) contient la droite (D).

b. Montre que le plan (P) et la droite (D') se coupent en un point C dont on précisera les coordonnées.

4. On considère la droite(Δ) passant par le point C et de vecteur directeur $\vec{w}$ (1 ; 1; −1).

a. Montre que les droites(Δ) et (D') sont perpendiculaires.

b. Montre que la droite (Δ) coupe perpendiculairement la droite (D) en un point E dont on précisera les coordonnées.

EXERCICE 2

1. Résous dans IR

(E) : $\ln(x^2 - 4e^2) = \ln 3x + 1$ (I) : $\ln x + \ln(x-2) \leq \ln(2x-3)$

2. Calcule les limites suivantes

a) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{3}{x} + \ln x$ b) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \frac{\ln(1-3x)}{x^2}$ c) $\lim\limits_{x \to -\infty} 3x - 1 + \ln(1-x)$ d) $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \cos x - \frac{4}{3}\cos^2 x$

1- Détermine f ' et f'' puis vérifie que pour tout réel x on a : $f''(x) = -9f(x)$.

2- a) Déduis toutes les primitives de f sur IR.

b) Trouve la primitive F de f sur IR qui s'annule en $\frac{\pi}{6}$.

Exercice 3 (3 points)

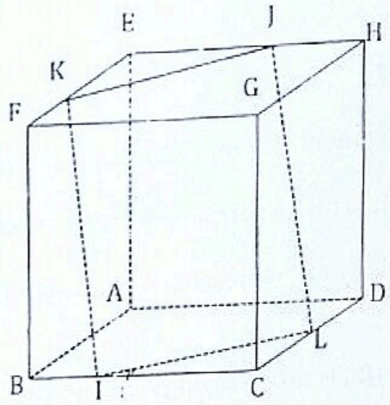
Sur la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur, ABCDEFGH est un cube.

On munit l'espace $(\mathcal{E})$ d'un repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

* I est un point du segment [BC] tel que $I\left(1; \frac{1}{3}; 0\right)$.

* Soit $(\mathcal{P})$ le plan passant par I et de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix}8\\9\\5\end{pmatrix}$.

* Les points J, K et L sont les points d'intersection respectifs du plan $(\mathcal{P})$ et des droites (EH), (FE) et (CD).



1. a) Justifie que le plan (P) a pour équation cartésienne : $8x + 9y + 5z - 11 = 0$.

b) Justifie que les coordonnées des points J, K et L sont respectivement : $\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$, $\left(\frac{3}{4}; 0; 1\right)$ et $\left(\frac{1}{4}; 1; 0\right)$.

2. a) Démontre que les droites (IJ) et (KL) ont pour représentations paramétriques respectives :

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Démontre que les droites (IJ) et (KL) sont sécantes en un point O dont on déterminera les coordonnées.

Exercice 4 (4 points)

Soit u un nombre complexe.

On considère l'équation (E_u) : $z \in \mathbb{C}$, $z^2 - (2u - i\bar{u})z - 2iu\bar{u} = 0$ où $\bar{u}$ désigne le nombre complexe conjugué de u

1. a) Justifie que le discriminant Δ de (E_u) est égal à $(2u + i\bar{u})^2$

b) Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation (E_u). On désignera par z' et z'' les solutions de(E_u).

2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ tel que : $\|\overrightarrow{e_1}\| = \|\overrightarrow{e_2}\| = 2$cm.

A, M' et M''sont les points d'affixes respectives $2i$, z' et z''.

Soit (H) l'ensemble des points M d'affixe u tels que les points A, M'et M'' sont alignés.

a) Démontre qu'une équation cartésienne de (H)est : $x^2 + 2x - y^2 + y = 0$.

b) Donne la nature et les éléments caractéristiques de (H).

3. a) Vérifie que O appartient à (H).

b) Construis (H) dans le repère orthonormé $(O; \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$.

GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE

EXERCICE 1

L'espace est muni du repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

Soient le point A_1 le point de coordonnées (0; 2 ; -1) et le vecteur $\vec{u_1}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$.

On appelle D_1 la droite passant par A_1 et de vecteur directeur $\vec{u_1}$

On appelle D_2 la droite qui admet pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1+k \\ y = -2k \\ z = 2k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$

1. a) Donner une représentation paramétrique de D_1.

   b) Donner un vecteur directeur de D_2 (on le notera $\vec{u_2}$)

   c) Le point A_2 (-1 ; 4 ; 2) appartient-il à D_2 ?

2. Démontrer que les droites D_1 et D_2 sont non coplanaires.

3. Soit le vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-3\\4\end{pmatrix}$. On définit la droite Δ_1 passant par A_1 et de vecteur directeur $\vec{v}$ et la droite Δ_2 passant par A_2 et parallèle à Δ_1.

Justifier que les droites D_1 et Δ_1 sont perpendiculaires.

Dans la suite, on admettra que les droites D_2 et Δ_2 sont perpendiculaires.

4. Soit P_1 le plan défini par les droites D_1 et Δ_1 et P_2 le plan défini par les droites D_2 et Δ_2.

   a) Vérifier que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}17\\-22\\9\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan P_1.

   b) Donner une équation cartésienne de P_1

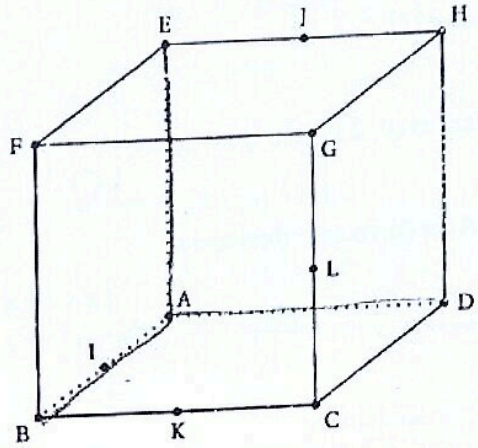
   b) Montrer que P_1 et P_2 ne sont pas parallèles.

5. Soit Δ la droite d'intersection des plans P_1 et P_2. On admettra que $\vec{v}$ est un vecteur directeur de Δ.

Utiliser les questions précédentes pour prouver qu'il existe une droite de l'espace perpendiculaire à la fois à D_1 et à D_2.

EXERCICE 2

ABCDEFGH est un cube.



I est le milieu du segment [AB], J est le milieu du segment [EH], K est le milieu du segment [BC] et L est le milieu du segment [CG].

On munit l'espace du repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\,\overrightarrow{AE}\right)$.

x y z

1. a. Démontrer que la droite (FD) est orthogonale au plan (IJK).
   b. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FD).
3. Soit M le point d'intersection de la droite (FD) et du plan (IJK). Déterminer les coordonnées du point M.
4. Déterminer la nature du triangle IJK et calculer son aire.
5. Calculer le volume du tétraèdre FIJK.
6. Les droites (IJ) et (KL) sont-elles sécantes?*

EXERCICE 3

$-2+u=-2+t$

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, on considère :

— les points A(0 ; 1 ; −1) et B(−2 ; 2 ; −1).

— la droite $\mathscr{D}$ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 1+t \\ z = -1-t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (AB). $(-2+u)$ ... $(-1$
2. a. Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas parallèles.
   b. Montrer que les droites (AB) et $\mathscr{D}$ ne sont pas sécantes. $-2+u+1+u+$

Dans la suite la lettre u désigne un nombre réel.

On considère le point M de la droite $\mathscr{D}$ de coordonnées $(-2+u\,;\,1+u\,;\,-1-u)$.

3. Vérifier que le plan $\mathscr{P}$ d'équation $x+y-z-3u=0$ est orthogonal à la droite $\mathscr{D}$ et passe par le point M. Verifion ... $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires
4. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ et la droite (AB) sont sécants en un point N de coordonnées $(-4+6u\,;\,3-3u\,;\,-1)$.
5. a. Montrer que la droite (MN) est perpendiculaire à la droite $\mathscr{D}$.
   b. Existe-t-il une valeur du nombre réel u pour laquelle la droite (MN) est perpendiculaire à la droite (AB) ?
6. a. Exprimer MN^2 en fonction de u.
   b. En déduire la valeur du réel u pour laquelle la distance MN est minimale.*

$\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}-4+6u+2-u \\ 3-3u-1-u\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix}5u-2 \\ -4u+2\end{pmatrix}$ $(5u-2)^2+(-4u+2)^2$ $25u^2-20u+4+16u$

Lycée Classique d'Abidjan
(Cherche, trouve et forme l'abondance)

DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES Tle D :

25 /10/2021 Durée : 2h

Ce sujet comporte deux pages

EXERCICE1 : (2 points) Pour chacune des affirmations suivantes recopie le numéro de la ligne suivi de **Vrai** si l'affirmation est vraie ou **Faux** si l'affirmation est fausse.

1. Soit U l'univers des éventualités d'une expérience aléatoire.
   Si E et F sont deux évènements de U de probabilités non nulles, alors $P_F(E) = P_E(F)$.
2. Si f est une fonction continue et strictement décroissante sur $[-2\,;\,3]$ et si $f(-2) \times f(3) < 0$, alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur $]f(3)\,;\,f(-2)[$.
3. A et B étant deux évènements indépendants d'un univers Ω, on a $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.
4. Soit f une fonction d'un intervalle I sur un intervalle J. Si f est continue et strictement décroissante sur I alors sa bijection réciproque g est strictement décroissante sur I.

EXERCICE2 : (2 points) *Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM). Ecris sur ta feuille de copie le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse.*

<table>
<tr><th>N°</th><th>ENONCES</th><th colspan="2">Réponses</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">Soit f une fonction et $\propto$ un nombre réel. S'il existe une fonction g telle que $f \geq g$ sur l'intervalle $]\propto; +\infty[$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=$</td><td>A</td><td>0</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$-\infty$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$\propto$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="4"><table><tr><td></td><td>Fait la maladie</td><td>Ne fait pas la maladie</td></tr><tr><td>Vacciné</td><td>15</td><td>25</td></tr><tr><td>Non vacciné</td><td>18</td><td>12</td></tr></table>Ce tableau donne les résultats d'une enquête effectuée dans une population de 70 personnes. On choisit au hasard un individu. La probabilité que cet individu fasse la maladie sachant qu'il est vacciné est</td><td>A</td><td>$\frac{15}{70}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\frac{15}{33}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\frac{15}{40}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>$\frac{33}{40}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">3</td><td rowspan="4">$a \in IR_+ , b \in IR_+ ,\ \sqrt[3]{\sqrt{a^5 b}} \times \sqrt{\sqrt[3]{ab^5}} =$</td><td>A</td><td>$a^5b^5$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>ab</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$a^{12}b^{11}$</td></tr>
<tr><td>D</td><td>a^4b^3</td></tr>
<tr><td rowspan="4">4</td><td rowspan="4">$\lim\limits_{x\to+\infty} x\cos\left(\frac{\pi x+15}{x-1}\right) =$</td><td>A</td><td>$-\infty$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>π</td></tr>
<tr><td>D</td><td>n'existe pas</td></tr>
</table>

$]-\infty;2[\cup]2;+\infty[\cup]2;4,5[\cup]4,5;+\infty[$

EXERCICE3 : (7 points) $]-\infty;2[\cup]2;4,5[$

f est une fonction continue sur son ensemble de définition, de représentation graphique (C_f) dans un repère orthonormé (O,I,J) et admettant le tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		-3		2		$4,5$		$+\infty$
$f(x)$	-1	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$9,5$ ‖ $9,5$	↘	1

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de la fonction f.
2. Précise les asymptotes éventuelles à (C_f). Justifie ta réponse.
3. f est – elle prolongeable par continuité en 2 ? en 4,5 ? Si oui définis ces prolongements.
4. Détermine les images par des intervalles $]-\infty;2[$ et $]4,5;+\infty[$ par f.
5. Démontre que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]2;4,5[$.
6. Détermine le signe de f sur D_f.
7. Soit g la restriction de f à $]-\infty;-3[$.

a) Justifie que g réalise une bijection de $]-\infty;-3]$ dans un intervalle J à déterminer.

b) Dresse le tableau de variation de g^{-1}, bijection réciproque de g sur son ensemble de définition.

8. Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f\left(2-\frac{1}{x}\right)$ et $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2f(x)-3}{5-3f(x)}$

EXERCICE4 (4 points) Une urne contient 5 boules : 3 blanches et 2 noires.

On tire au hasard une boule de l'urne, puis sans la remettre dans l'urne, on en tire une seconde.

On note : B_1 l'évènement « la 1ère boule tirée est une boule blanche » ;

N_1 l'évènement « la 1ère boule tirée est une boule noire » ; B_2 l'évènement « la seconde boule tirée est une boule blanche » ; N_2 l'évènement « la seconde boule tirée est une boule noire ».

1. Construis l'arbre pondéré de cette expérience aléatoire.
2. Donne les probabilités suivantes :

a) $P(N_1)$ b) $P_{N1}(B_2)$.

3. a) Justifie que $P(N_1\cap B_2)=0,3$

b) Calcule $P(B_2)$.

EXERCICES5 (Situation complexe) (5 points) :

Un cordonnier fabrique des sacs à main. Il réussit à vendre tous ses sacs chaque mois à des touristes. Sa marge bénéficiaire mensuelle en centaines de francs est modélisée par la fonction

$B(x)=x^3-\frac{75}{2}x^2+450x+150$, x représentant le nombre de sacs fabriqués et vendus.

Il aimerait connaître l'intervalle de sa marge bénéficiaire pour un nombre de sacs fabriqués compris entre 5 et 17.

En te basant sur tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent, aide ce cordonnier à répondre à sa préoccupation.

$P(B_2) = P(N_1) \times P_1$

LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN

Cherche, trouve et (ne) laisse (pas) d'abandonner

DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES Tle D

Durée : 2 h

Date : Mercredi, 1 Décembre 2021

Exercice 1

Pour chacune des affirmations suivantes, recopie le numéro de la ligne suivi de **VRAI** si l'affirmation est vraie ou **FAUX** si l'affirmation est fausse.

N°	Enoncés
1	f est une fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ Si $f(x) = \sqrt{x+1}$,alors $\forall x \in]-1;+\infty[, \frac{d^2 f}{dx^2}(x) = -\frac{1}{4(x+1)\sqrt{x+1}}$
2	f est une fonction dérivable sur $[0;5]$ et bijective de $[0;5]$ sur $[-1;3]$ telle que $f(4) = 2$. Si $f'(4) = 0$ alors f^{-1} est dérivable en 2
3	Si f est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ alors f est dérivable sur $\mathbb{R}$
4	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K. a et b sont deux éléments de K tels que $a < b$ S'il existe deux nombres réels m et M tels que pour tout x élément de $[a;b]$, m $\leq f'(x) \leq M$, alors $m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)$

Exercice 2

N°	Enoncés		Réponses
1	Soit f une fonction numérique dérivable sur un intervalle K telle que : $\forall x \in K, f'(x) > 0$. f est une bijection de K vers $f(K)$ $\forall a \in f(K), (f^{-1})'(a)$ est égal à	A	$\frac{1}{f'(a)}$
		B	$\frac{-1}{f^{-1}(a)}$
		C	$f'(f^{-1}(a))$
		D	$\frac{1}{f'(f^{-1}(a))}$
2	Soit A et B deux événements indépendants. On donne : $p(A) = \frac{1}{3}$ et $p(B) = \frac{1}{12}$. On a alors :	A	$p(A \cup B) = \frac{7}{18}$
		B	$p(A \cap B) = \frac{5}{12}$
		C	$p_A(B) = \frac{1}{36}$
		D	$p_B(A) = \frac{1}{36}$
3		A	$\frac{2}{3}$
		B	$\frac{1}{3}$

	La probabilité de gagner une partie d'un jeu est de $\frac{1}{3}$. On joue 3 parties successives et indépendantes de ce jeu. La probabilité de gagner exactement 2 fois est :	C	$\frac{2}{7}$
		D	$\frac{2}{9}$
4	Soit A et B deux événements tels que $p_B(A) = 0,25$; $p(A \cap B) = 0,15$ et $p(A) = 0,4$ La valeur de $p(B)$ est :	A	0,06
		B	0,0375
		C	0,6
		D	0,3

Exercice 3

On considère la fonction g définie par : $g(x) = x\left|x^2 - x\right|$

1. Ecris g sans le symbole de la valeur absolue.
2. a) Etudie la dérivabilité de g en 1.

   b) Donne une interprétation graphique des résultats.
3. Soit $h : [0;1] \to \mathbb{R}$

   $t \mapsto -t^3 + x$

   a) Calcule $h'(t)$ pour tout t élément de $[0;1]$

   b) Justifie que : $t \in [0;1], -2 \leq h'(t) \leq 1$

   c) En utilisant les inégalités des accroissements finis, justifie que : $\forall x \in [0;1], -2x \leq h(x) \leq x$

Exercice 4

Un jeu consiste à lancer trois fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. On note successivement les chiffres obtenus sur la face supérieure.

1. Démontre que la probabilité d'obtenir trois chiffres identiques est égale à $\frac{1}{36}$
2. Calcule la probabilité d'obtenir trois chiffres dont la somme est égale à 6.
3. Démontre que la probabilité d'obtenir exactement deux chiffres identiques est égale à $\frac{5}{12}$
4. Le droit de participation au jeu est de 3000F.

- Si le joueur obtient trois chiffres identiques, il reçoit 5000F ;
- Si le joueur obtient trois chiffres deux à deux distincts, il reçoit 3000F ;
- S'il obtient exactement deux chiffres identiques, il ne reçoit rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur à l'issue de la partie.

a) Détermine les valeurs prises par X.

b) Détermine la loi de probabilité de X.

c) Détermine le gain moyen du joueur. Le jeu est-il équitable ?

Exercice 5

Lors d'une soirée, une chaine de télévision a retransmis un match de la coupe d'Afrique des Nations. Cette chaine a ensuite proposé une émission d'analyse de ce match. L'objet de l'étude est de déterminer l'importance de l'émission après le match.

On dispose des informations suivantes :

- 56 % des téléspectateurs ont regardé le match ;
- Un quart des téléspectateurs ayant regardé le match ont aussi regardé l'émission ;
- 16,2 % des téléspectateurs ont regardé l'émission.

La chaine veut savoir le pourcentage de téléspectateurs qui n'ont pas regardé l'émission mais qui ont regardé le match.

En utilisant tes connaissances mathématiques au programme, détermine la probabilité qu'un téléspectateur qui n'a pas regardé l'émission ait regardé le match.