

Corrigé exercice 6

1.a) La solution générale est : $U(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$ où $A \in \mathbb{R}$. ici $RC = 3$ donc $U(t) = ke^{-\frac{t}{3}}$

b) Pour tout $t = t_0 = 0$ on trouve $U_0 = 10\text{v}$ donc $k = 10$ et $u(t) = 10e^{(-1/3)t}$, $t \geq 0$.

2. $u(t) \leq \frac{1}{10}U_0 \Leftrightarrow 10e^{-\frac{t}{3}} \leq 1 \Leftrightarrow e^{-\frac{t}{3}} \leq \frac{1}{10} \Leftrightarrow -\frac{t}{3} \leq -\ln 10 \Leftrightarrow t \geq 3 \ln 10$. On a donc $t_1 = 3 \ln 10 = 6,9$ s

au

1/10 de seconde près.

3. La valeur moyenne de u entre t_0 et t_1 est définie par : $\mu = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} u(t) dt$

$$\text{Soit ici : } \mu = \frac{10}{3 \ln 10} \int_0^{3 \ln 10} e^{-\frac{t}{3}} dt, \quad \mu = \frac{10}{3 \ln 10} \left[-3e^{-\frac{t}{3}} \right]_0^{3 \ln 10}; \quad \mu = \frac{10}{3 \ln 10} \left[3 - 3e^{-\ln 10} \right];$$

$$\mu = \frac{10}{\ln 10} \left[1 - \frac{1}{10} \right]$$

$$\mu = \frac{9}{\ln 10} = 3,9 \text{ volts}$$

$\mu = 9/\ln 10 = 3,9$ V au 1/10 de volt.