Fomesoutra.com ça soutra !

TP TERM STI-STL PROBABILITES 2008-2009

Exercice 1 Un moteur é1ectrique possédant trois borne B_1, B_2 et B_3 doit être alimenté en électricité par trois fils F_1, F_2 et F_3, chaque fil étant relié à une seule borne identifiée.

Lorsque les trois fils sont convenablement branchés (F_1 avec B_1, F_2 avec B_2 et F_3 avec B_3), le moteur tourne à 1000 tours par minute.

Lorsqu'un seul des trois fils est branché à la bonne borne (les deux autres fils étant inversés), le moteur tourne à 500 tours par minute.

Lorsque aucun des fils n'est branché à la bonne borne, le moteur ne tourne pas.

On a perdu le schéma de montage et les fils sont indiscernables.

1. Déterminer la liste des montages différents possibles et en déduire leur nombre total (exemple F_1 avec B_2, F2 avec B_1, F_3 avec B_3 est l'un des montages possibles).
2. Calculer la probabilité que les trois fils soient convenablement branchés.
3. Calculer la probabilité qu'un seul des trois fils soit branché à la bonne borne (les deux autres fils étant inversés). 4. On considère la variable aléatoire X qui, à chaque montage, associe la vitesse de rotation du moteur. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

Exercice 2 Un dé cubique est truqué. Une partie consiste à lancer le dé et à noter le numéro de la face supérieure.

Soit X la variable aléatoire égale à ce numéro.

Sa loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

i	1	2	3	4	5	6
$p(X=i)$	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$

La règle du jeu est la suivante: un joueur mise 10 €.

Il reçoit :

- 20 euros si le numéro obtenu est 1 ou 6 ;
- 10 euros si le numéro obtenu est 3 ou 4 ;
- 0 euro si le numéro obtenu est 2 ou 5.

Le gain d'un joueur est la différence entre ce qu'il reçoit et ce qu'il mise (le gain peut donc être soit positif, soit négatif). Soit Y la variable aléatoire égale au gain du joueur au cours d'une partie.

1. Quelles sont les valeurs prises par Y?
2. Déterminer la loi de probabilité de Y.
3. Calculer l'espérance mathématique de Y ?
4. On rappelle qu'un jeu est équitable lorsque l'espérance du gain est nulle.

Pour le jeu décrit ci-dessus, on se propose de modifier la mise. La nouvelle mise est notre m et exprimée en euros. Quelle valeur faut-il donner à m pour rendre le jeu équitable ?

Exercice 3 Une boîte contient 10 boules. Sur chacune d'elles on a inscrit un nombre suivant le tableau ci-dessous

Un joueur mise10 euros, tire une boule au hasard, et reçoit la somme (en euros) inscrite sur la boule.

Nombre inscrit	5	6	10	11	12	13	14
Nombre de boules	1	2	1	3	1	1	1

1. Le joueur joue une fois . On appelle p_1 la probabilité qu'il perde de l'argent (c'est-à-dire qu'il reçoit moins de 10 euros à l'issue du tirage) et p_2 la probabilité qu'il reçoive plus de 10 euros .
2. Soit X la variable aléatoire qui, à chaque tirage, fait correspondre le « gain » du joueur.(une perte est un« gain » négatif). Par exemple: si un joueur tire le nombre 12, son « gain » est +2; s'il tire le 6, son « gain » est –4.

a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?

b) Présenter la loi de probabilité de X dans un tableau.

c) Calculer son espérance mathématique E(X) .Que représente E(X) pour le joueur ?

d) Calculer la variance et l'écart- type de X

3. Il s'agit maintenant, en changeant le nombre inscrit sur UNE boule, de rendre ce jeu équitable (c'est-à-dire que l'espérance mathématique de la variable aléatoire associée doit être nulle). Proposer une solution.

Exercice 4

Une usine fabrique des moteurs électriques. Ces moteurs peuvent présenter deux types de défauts :

- défaut M de nature mécanique

- défaut E de nature électrique

Un moteur est déclaré en parfait état de marche s'il ne présente aucun des deux défauts.

1. On prélève un lot de 200 moteurs sur la production et on constate que :
   - le défaut M est observé sur 16 moteurs ;
   - le défaut E est observé sur 12 moteurs ;
   - 180 moteurs sont déclarés en parfait état de marche.

   Recopier et compléter le tableau ci-contre :

	Avec le défaut E	Sans le défaut E	Total
Avec le défaut M			16
Sans le défaut M			
Total			200

On admet que la répartition des deux types de défauts, observée dans le tableau, reflète celle de l'ensemble de la production.

2. Le coût de fabrication d'un moteur est 600 .La garantie permet de faire les réparations aux frais du fabricant selon les tarifs suivants :
   - 100 €pour réparer le seul défaut M ;
   - 130 € pour réparer le seul défaut E;
   - 210 € pour réparer les deux défauts M et E.

   On note X la variable aléatoire qui, à chaque moteur choisi au hasard dans la production, associe son prix de revient, c'est-à-dire son coût de production augmenté éventuellement des frais de réparation.

   a) Justifier que X prend les valeurs suivantes : 600, 700, 730, 810.
   b) Montrer que la probabilité que X prenne la valeur 600 est 0,9.
   c) Déterminer la loi de probabilité de X. On pourra présenter les résultats dans un tableau.
   d) Calculer l'espérance mathématique E(X) de la variable aléatoire X. Que représente E(X) pour l'usine ?
   e) On admet que tous les moteurs produits sont vendus. L'usine veut réaliser un bénéfice moyen de 85 € par moteur. Quel sera le prix de vente d'un moteur?

Exercice 5

Une boîte contient 150 boutons de 12 types différents, destinés à la confection de vêtements.
Le tableau suivant donne leur répartition en fonction de leur nombre de trous et de leur diamètre en mm.

1°) On tire au hasard un bouton de la boîte et on admet que ce tirage est effectué en situation d'équiprobabilité.

Calculer la probabilité d'obtenir

a) Un bouton à 2 trous
b) Un bouton de 14mm de diamètre
c) Un bouton à 3 trous de 10mm de diamètre
d) Un bouton de diamètre inférieur à 12mm.

Diamètre en mm / Nombre de trous	6	10	14	18
2	21	24	18	0
3	12	15	12	3
4	0	9	27	9

2°) On appelle X la variable aléatoire qui à chaque bouton tiré associe son diamètre en mm.

a) Calculer la probabilité de l'évènement (X = 6)
b) Donner sous forme de tableau la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X.
d) Calculer à 10^{-2} près l'écart type de la variable aléatoire X.

Exercice 6

Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes.
Pour chacune d'elles, deux réponses sont proposées dont une et une seule est correcte.
Un candidat répond chaque fois au hasard (on suppose donc l'équiprobabilité des réponses).

1°/ On note V une réponse correcte et F une réponse incorrecte, exemple : VFFV signifie que la première et la quatrième réponses sont correctes et la deuxième et la troisième sont incorrectes.
Etablir la liste des seize résultats possibles (que l'on pourra présenter à l'aide d'un arbre).

2°/ Quelle est la probabilité pour que le candidat donne la bonne réponse :
a) à la première question posée?
b) à une seule des quatre questions posées ?
c) aux quatre questions posées ?

3°/ Soit X la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par le candidat.
a) Donner les différentes valeurs prises par X.
b) Donner la loi de probabilité de X.
c) Calculer l'espérance mathématique de X.

4°/ Un candidat sera reconnu apte s'il donne au moins trois réponses correctes.
Quelle est la probabilité qu'un candidat répondant au hasard soit reconnu apte ?

Exercice 7 Une partie consiste à lancer trois fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. Un résultat possible est un triplet, par exemple: (pile, face, pile) que l'on peut noter (P, F, P) ou encore PFP.

1. à l'aide d'un arbre que l'on fera figurer sur la copie, déterminer toutes les éventualités.
2. Un joueur fait une partie , il gagne 3 euros et pour chaque « pile » , il perd 1 euro.
   On désigne par X la variable aléatoire qui , à chaque triplet , associe la somme gagnée ou perdue.
   Par exemple, le résultat PFP lui fait gagner 1 euro (–1+3 –1 = 1).
   Etablir la loi de probabilité de *X*.
3. Calculer l'espérance mathématique *E*(X), la variance *V*(X) et l'écart- type $\sigma(X)$
4. Calculer la probabilité, noté $p(X \leq 1)$ d'obtenir un résultat inférieur ou égal à 1.
   Tracer la courbe représentant la fonction de répartition de X .