Problème 6 cor

Partie 1

1.a) $\lim_{x\to 0} \ln x = -\infty$ donc $\lim_{x\to 0} f(x) = +\infty$ .donc la courbe C présente une asymptote verticale d'équation $x = 0$.

b) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x}$ d'où le tableau de variation :

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	$3-\ln 3$ $+\infty$

2. $g(x) = x - (\ln x)^2$; $g'(x) = 1 - 2\ln x \times \frac{1}{x}$

Partie 2

1.a) $f(x)=g(x)$ $x - \ln x = x - (\ln x)^2$;

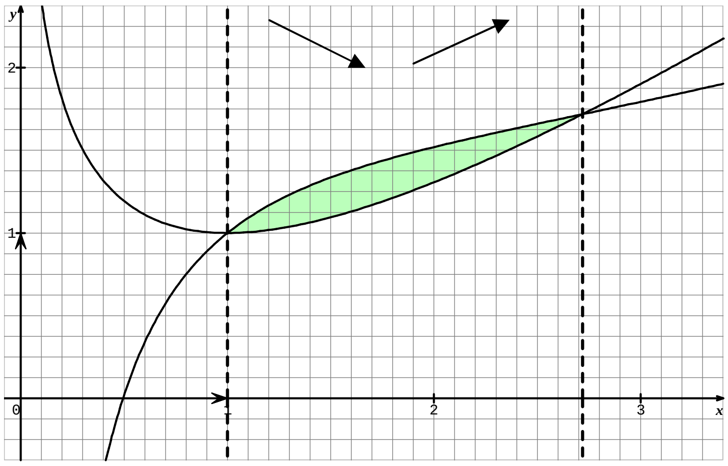
$(\ln x)^2 - \ln x = 0$; $\ln x(1-\ln x) = 0$

$\ln x = 0$ ou $\ln x = 1$ $x = 1$ ou $x = e$ .donc

l'équation admet deux solutions : 1 et e sur $]0\,;3[$.

b) Soit M (1 ;1) et N (e ;e-1)

b / voir courbe



2.a) $x - \ln x \ge x - (\ln x)^2$, $\ln x(1-\ln x) \ge 0$

x	0		1		e	3
$\ln x$		$-$	0	$+$		$+$
$1-\ln x$		$+$		$+$	0	$-$
$\ln x(1-\ln x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Donc $g(x) \ge f(x)$ si $x \in [1;e]$

b) On en déduit que Γ est au dessus de C pour tout $x \in [1;e]$

2.a) $H(x) = -x(\ln x)^2 + 3x\ln x - 3x$. $H'(x) = -(\ln x)^2 - 2x \times \frac{1}{x}\ln x + 3\ln x + 3 - 3 = -(\ln x)^2 + \ln x = g(x) - f(x)$

donc H est une primitive de g - f sur [1; e]

b) $\int_1^e (g(x) - f(x))dx = [H(x)]_1^e = H(e) - H(1) = \left(-e(\ln e)^2 + 3e\ln e\right) - (-3) = (-e + 3e - 3e + 3) = (3-e)$ u.a

c) A = 2,817 cm^2 à 10^{-3} près soit A = 2,82 cm^2 au mm^2 près par excès.