Exercice 8

1°) La production annuelle d'une entreprise A est en progression arithmétique et atteint 12000 exemplaires la sixième année .La production totale au cours de ces six années a été de 58500 exemplaires .On appelle p_n la production de A au cours de la $n^{ième}$ année .

a) calculer la production p_1 de la première année et la raison r de la suite arithmétique.

b) Au bout de combien d'années , si la politique de A ne change pas , la production aura -t-elle dépassé le double de sa production initiale ?

2°) Une autre entreprise B a commencé sa production annuelle avec $q_1 = 7500$ exemplaires ,elle augmente sa production chaque année de 10 % par rapport à l'année précédente .

a) En appelant q_n la production de B la $n^{ième}$ année , montrer que la suite (q_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison .Calculer q_2 .

b) Ecrire q_n en fonction de n . Calculer q_6 . (arrondir les résultats à l'unité la plus proche)

c) Au bout de combien d'années dans ces conditions , la production annuelle dépassera-t- elle le double de la production initiale ?

d)Déterminer la production totale de l'entreprise B au cours de ces six années.

Exercice 9

Le but de l'exercice est l'étude de la désintégration d'un corps radioactif : le carbone 14.

1. Soit N_0 le nombre d'atomes de carbone 14 à l'instant t = 0, N_1 le nombre d'atomes de carbone 14 un siècle après, N_k le nombre d'atomes de carbone 14 après k siècles (k entier). On sait que le nombre d'atomes de carbone 14 diminue très lentement au cours du temps : environ 1,24 % par siècle.

a) Donner l'expression de N_1 en fonction de N_0, puis de N_{k-1} en fonction de N_k .

b) En déduire la nature de la suite (N_k) et l'expression de N_k en fonction de N_0 et k.

c) Donner, en le justifiant, le sens de variation de la suite (N_k).

2. Le carbone 14 est renouvelé constamment chez les êtres vivants ; à la mort de ceux-ci, l'assimilation cesse et le carbone 14 présent se désintègre. Des archéologues ont trouvé des fragments d'os dont la teneur en carbone 14 est 40 % de celle d'un fragment d'os actuel de même masse, pris comme témoin.
Calculer l'âge de ces fragments. On arrondira le résultat au siècle près.

Exercice 10 :

Le 01/01/2008, un nouvel employé dans une entreprise se voit proposer deux formules pour l'évolution de son salaire mensuel : dans la formule *A*, il est augmenté tous les ans, au 1er janvier, de 20 euros ; dans la formule *B*, il est augmenté tous les ans, au 1er janvier, de 1,5 %. Son salaire mensuel initial durant l'année 2008 est de 1200 euros.
On note u_n (respectivement v_n) le salaire annuel selon la formule *A* (respectivement *B*) durant l'année $2008+n$.

1. Expliquer pourquoi, en 2008, on a $u_0 = v_0 = 14400$
2. Expliquer pourquoi, en 2009, on a $u_1 = 14640$ et $v_1 = 14616$.
3. Donner, en justifiant , la nature des deux suites étudiées. Préciser la raison pour chacune de ces deux suites.
4. Exprimer u_n et v_n en fonction de n.
5. Calculer et comparer les deux formules en 2018 puis en 2028 (arrondir les résultats au centime d'euro)
6. Cet employé partira à la retraite, au bout de 42 années complètes de travail dans cette entreprise.
Il décide de calculer combien il aurait gagné d'argent dans toute sa carrière. On appelle S_n et T_n les sommes des termes des deux suites étudiées, définies par :
$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ...u_{n-1} + u_n$ et $T_n = v_0 + v_1 + v_2 + ...v_{n-1} + v_n$
Calculer combien l'employé aurait gagné dans toute sa carrière selon chacune des formules *A* et *B*.

Exercice 11

1. Une ville A possède 200 000 habitants au 1er janvier 2009. On considère que cette population diminue de 2% par an. On note u_n le nombre d'habitants de la ville A au 1er janvier de l'année $2009+n$, où n est un entier naturel.

   Ainsi, $u_0 = 200000$.

   a. Calculer u_1 et u_2.

   b. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .En déduire la nature de la suite (u_n) puis l'expression de u_n en fonction de n.

   c. Déterminer l'arrondi à l'unité de u_{10}.

2. Une ville B possède 120 000 habitants au 1er janvier 2009.

   On note v_n le nombre d'habitants de la ville B au 1er janvier de l'année 2009+n, où n est un entier naturel.

   Ainsi, $v_0 = 120000$. On considère que, pour tout entier naturel n, $v_n = 120000 \times (1{,}1)^n$.

   Calculer le nombre d'habitants de la ville B au 1er janvier 2011. Déterminer l'arrondi à l'unité de v_{10}.

3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même infructueuse sera prise en compte dans l'évaluation.*

   En quelle année la population de la ville B deviendra-t-elle supérieure à celle de la ville A ?

Exercice 12

Dans une usine, le tableau de production de deux chaînes de montage est le suivant :

Mois	Productions mensuelles chaîne A	Productions mensuelles chaîne B	No de rang des productions
Janvier 2009	2056	1770	1
Février 2009	2069	1805	2
Mars 2009	2082	1840	3
Avril 2009	2095	1875	4

Les productions forment des suites arithmétiques.

1. a. Quelle est la raison de la suite pour la chaîne A ? Justifier.

b. Quelle est la raison de la suite pour la chaîne B? Justifier.

2. En supposant que l'une des productions mensuelles de la chaîne B soit 2 050, quel serait alors son numéro de rang ?

3. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on désigne par A_n et B_n les productions mensuelles respectives de rang n des chaînes A et B.

a. Exprimer A_n en fonction de n et de A_1.

b. Exprimer B_n en fonction de n et de B_1. Retrouver ainsi le résultat de la question 2.

c. À partir de quelle date (mois et année), la production de la chaîne B serait-elle supérieure ou égale à celle de la chaîne A ?

Exercice 13

Partie 1

1. On considère la suite arithmétique (θ_n), de raison $\frac{\pi}{2}$ et de premier terme $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$.

   Exprimer θ_{n+1}, en fonction de θ_n .puis θ_n en fonction de n

2. On considère la suite géométrique ρ_n de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $\rho_0 = 8$.

   Exprimer ρ_{n+1} en fonction de ρ_n ,puis ρ_n en fonction de n

Partie II

On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ graphique : 1 cm).

On considère les nombres complexes z_0, z_1, ……. , z_n de modules respectifs ρ_0, ρ_1 , ….. , ρ_n , et d'arguments respectifs θ_0 , θ_1 ,…….. , θ_n .

On note alors M_0 , M_1 ,……. , M_n les points d'affixes respectives z_0 , z_1 , ……. , z_n .

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3
θ_n	$\theta_0 = \frac{\pi}{4}$			
ρ_n	$\rho_0 = 8$			

2. En utilisant les résultats du tableau précédent. placer les points M_0 M_1 M_2 et M_3 sur la copie et tracer la ligne brisée M_0 M_1 M_2 M_3 .

<u>Exercice 14</u>

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité 8 cm, on considère les points M_0 d'affixe $z_0 = 1$, M_1 d'affixe $z_1 = \frac{1}{2}e^{i\pi/3}z_0$, M_2 d'affixe $z_2 = \frac{1}{2}e^{i\pi/3}z_1$, M_3 d'affixe $z_3 = \frac{1}{2}e^{i\pi/3}z_2$, et de façon générale M_{n+1} d'affixe $z_{n+1} = \frac{1}{2}e^{i\pi/3}z_n$, *n* étant un entier naturel.

1. Déterminer le module et un argument de z_1, z_2, z_3, donner leur forme algébrique et placer les points M_0 M_1 M_2 M_3.
2. Pour tout entier naturel *n*, on note ρ_n le module de z_n .
   a. Déterminer la nature de la suite (ρ_n).
   b. Exprimer la somme $S_n = OM_0 + OM_1 + ... + OM_n$ en fonction de *n*.
   c. Quelle est la limite de S_n quand *n* tend vers $+\infty$?
3. Prouver que pour tout entier *n*, $z_{n+1} - z_n = i\sqrt{3}z_{n+1}$. En déduire que le triangle OM_nM_{n+1} est rectangle.
5. Exprimer la longueur de la ligne brisée M_0 M_1 M_2 M_3 en fonction de S_n .