



LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN

ANNEE SCOLAIRE 2022 2023

**DEVOIR DE NIVEAU N° 2 DE MATHEMATIQUES TERMINALE C**

LUNDI 16 JANVIER 2023

DUREE : 3H

**EXERCICE 1 (2 points)**

Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses proposées est exacte.

Indique sur ta copie le numéro de la question et la lettre de la réponse

1) Les nombres entiers  $n$  solutions de l'inéquation  $(0,2)^n < 0,001$  sont tous les nombres entiers  $n$  tels que :

- a)  $n \leq 4$                       b)  $n \leq 5$                       c)  $n \geq 4$                       d)  $n \geq 5$

2. Soit  $z$  un nombre complexe,  $|z+i|$  est égal à :

- a)  $|z|+1$                       b)  $|z-1|$                       c)  $|\bar{z}+1|$                       d)  $|\bar{z}+i|$

3) . Pour tout entier naturel  $n$ , on pose  $z_n=(1-i)^{2n}$ .  $z_n$  est un nombre réel lorsque  $n$  est de la forme:

- a)  $2k+1, (k \in \mathbb{Z})$       b)  $2k, (k \in \mathbb{Z})$       c)  $-2k+1, (k \in \mathbb{Z})$       d)  $1+k, (k \in \mathbb{Z})$

4) . Soit  $z_1=-1+i$  et  $z_2=\sqrt{3}-i$ . La forme exponentielle du complexe  $z_1z_2$  est :

- a)  $2\sqrt{2}e^{i\frac{7}{12}\pi}$                       b)  $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{7}{12}\pi}$                       c)  $e^{i\frac{7}{12}\pi}$                       d)  $\sqrt{2}e^{i\frac{11}{12}\pi}$

**EXERCICE 2 (2 points)**

Pour chacune des affirmations suivantes, indique V si elle est vraie et F si elle est fausse.

1) Pour tout réel  $x$  on a :  $1 - \frac{1-e^x}{1+e^x} = \frac{2}{1+e^{-x}}$

2) Pour tout  $x > 0$ , on a :  $(-x+3)e^{-x} \geq -x+3$ .

3) Pour tout nombre réel  $\alpha$  :  $1+ e^{2i\alpha} = 2e^{i\alpha}\cos(\alpha)$

4) L'argument d'un complexe imaginaire pur est de la forme  $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

**EXERCICE 3 (4 points)**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct  $(O ; \vec{u}, \vec{v} )$  (unité 1cm).

A tout point  $M$  d'affixe  $z$  on associe le point  $M'$  d'affixe  $z'$  tel que  $z' = z^2 - 4z$

On pose  $z = x + iy$  et  $z' = x' + iy'$  où  $x, y, x', y'$  sont des réels.

1) Montre que  $x' = x^2 - y^2 - 4x$  et  $y' = 2xy - 4y$

2) Détermine l'ensemble  $(\Gamma)$  des points  $M$  du plan tels que  $z'$  soit un nombre réel

3) a) Démontre que l'ensemble  $(E)$  des points  $M$  du plan tels que  $z'$  soit un nombre imaginaire pur est une conique dont on précisera la nature.

b) Détermine dans le repère  $(O ; \vec{u}, \vec{v} )$ , les éléments caractéristiques de  $(E)$

c) Construis  $(E)$



LYCEE CLASSIQUE D'ABIDJAN  
 EXERCICE 4 (7 points)

ANNEE SCOLAIRE 2022 2023

I/ Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par 
$$\begin{cases} g(x) = \frac{1-e^{-x}}{x} & \text{si } x > 0 \\ g(0) = 1 \end{cases}$$

1. Justifie que  $g$  est continue en 0

2. Soit  $h$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $h(x) = 1 - x + \frac{x^2}{2} - e^{-x}$

a) Détermine  $h'(x)$  et  $h''(x)$

b) Démontre que pour  $x \geq 0$ ,  $0 \leq h''(x) \leq x$

3. Sachant que pour  $x \geq 0$ ,  $0 \leq h(x) \leq \frac{x^3}{6}$

a) Encadre alors  $\frac{1-e^{-x-x}}{x^2}$  pour  $x > 0$

b) Justifie que  $g$  est dérivable en 0 et que  $g'(0) = -\frac{1}{2}$

II/ Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$  si  $x > 0$  et  $f(0) = 1$

On note (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) (Unité graphique 4 cm)

1) Calcule la limite de  $f$  en  $+\infty$ . Donne une interprétation graphique

2) Justifie que pour  $x > 0$ :  $f'(x) = \frac{1}{x^2} [2x + 1 - (x + 1)e^x] e^{-2x}$

3) a) Démontre que pour  $x > 0$ , on a:  $1 + x < e^x$

b) En déduis que pour  $x > 0$ ,  $f'(x) < 0$

4) a) Vérifie que pour  $x \geq 0$ ,  $f(x) = 2g(2x) - g(x)$

b) En déduis que  $f$  est dérivable en 0 et précise  $f'(0)$

5) Dresse le tableau de variation de  $f$

6) Construis la courbe (C)

EXERCICE 5 (5 points)

Pour mieux occuper sa retraite, Mme Konan installée à Bingerville, décide de faire un jardin potager. Afin d'empêcher les ruminants d'y pénétrer, elle souhaite clôturer l'espace alloué à son jardin avec trois rangées de fil de barbelé. Un géomètre affirme que si l'on munit l'espace d'un repère orthonormé direct, la forme de la parcelle est celle de l'ensemble des points  $M$  du plan, d'affixe  $z$  vérifiant:  $|z + 2 - i| = 4|10 + i\sqrt{21}|$  (dimension exprimée en mètre).

Sachant que le mètre du fil de fer de barbelé coûte 350 F CFA, et ayant un budget de 280 000 F CFA, elle te sollicite pour savoir si ce montant est suffisant pour clôturer son jardin.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances en mathématiques, dis si le projet de Mme Konan est réalisable avec son budget.