

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES		2022 - 2023 16/11/2022
	Tle C	2H	

EXERCICE I (2pts)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie. Ecris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Le nombre $N = 27x8$ est divisible par 11 pour x égal à	2	6	11
2	La primitive de la fonction $x \mapsto 2 x-1 + 3$ sur $] -\infty; 1[$ prend la valeur 5 en 0 avec une constante C égale à	2	3	0
3	Le nombre de diviseurs premiers du nombre 23408 est égal à	6	4	3
4	La fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = -2x \sin(x-1)$ est dérivable et le nombre dérivé en 1	0	-2	3

EXERCICE II (2pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la ligne puis vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse. Exemple pour la ligne 5, la réponse est : 5 - faux

N°	Affirmations	Réponses
1	Le nombre $\overline{1101}^2$ est divisible par 4	
2	Si f est dérivable sur \mathbb{R} , alors la dérivée de $g : x \mapsto f(x^2)$ est $g' : x \mapsto 2x f(x)$	
3	Si f est une fonction continue sur un intervalle I , alors elle admet une primitive F qui s'annule au moins une fois sur I	
4	121 est le plus petit entier naturel non premier qui n'est pas multiple de 2, ni de 3, ni de 5, ni de 7.	

EXERCICE III (6pts)

PARTIE A

1/ Soit $P(n)$ un nombre tel que pour $n \in \mathbb{N}^*$, $P(n) = 3^{2n} - 2^n$

a/ Détermine le reste de la division euclidienne de $P(5)$ par 7

b/ Démontre par récurrence que $P(n)$ est divisible par 7

2/ Soit $A(n)$ un nombre tel que $A(n) = 3n^2 + 5n + 2$, avec n un entier relatif

a/ Démontre que pour $n \in \mathbb{Z}$, $A(n) = (3n+2)(n+1)$

b/ Détermine les valeurs de n pour lesquelles $A(n)$ est un multiple de 6.

PARTIE B

1/ Soit N un entier naturel tel que $N = \overline{352}^d$ dans le système de numération de base d (avec $d \geq 6$). On suppose que N a pour reste 4 dans la division euclidienne par 6

a/ Démontre que d est solution de l'équation : $A(n) \equiv 0 [6]$

b/ En déduis l'ensemble des valeurs possibles de d

2/ Soit (T) l'ensemble des entiers naturels écrits, en base 10, sous la forme $abba$ où a est un chiffre supérieur ou égal à 2 et b un chiffre quelconque. Ex : 2002 ; 3773 ; 9119 ;

a/ Décompose 1001 en produit de facteurs premiers

b/ Quel est le nombre d'éléments de (T)

c/ Quel est le nombre d'éléments de (T) qui ne sont ni divisibles par 2 ni divisibles par 5

EXERCICE IV (6pts)

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{|x-1|-2} , & \text{si } x < -2 \text{ et } x > 4 \\ f(x) = x , & \text{si } x \in [-2 ; 4] \end{cases}$$

On note (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J)

1/ Calcule les limites de f en $-\infty$ puis en $+\infty$ et interprète graphiquement si possible des résultats.

2/ Étudie la dérivabilité de f en 4 et donne une interprétation graphique du résultat.

3/ On considère la fonction g définie telle que : pour $x > 0$, $g(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x}}$

a/ Étudie les variations de g et dresse son tableau de variation.

b/ Montre que g réalise une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle J que l'on précisera.

4/ Soit g^{-1} la bijection réciproque de g . Démontre que g^{-1} est dérivable en 2 et calcule $(g^{-1})'(2)$

5/ a/ Montre que $\forall x \in [1; +\infty[$ on a $|g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

b/ En déduis que $\forall x \in [1; +\infty[$ et $\forall y \in [1; +\infty[$ on a $|g(x) - g(y)| \leq \frac{1}{2}|x - y|$

6/ On considère la fonction G définie sur $]0; +\infty[$ par $G(x) = x + 2\sqrt{x} + 1$

a/ Justifie que G est une primitive de la fonction g sur $]0; +\infty[$.

b/ Détermine la primitive de g qui prend la valeur 5 en 1

EXERCICE V (4pts)

Yato Kani, étudiant ivoirien, en Corée du Nord a fait parvenir une lettre à son grand frère résident à Abidjan lui faisant part de ses difficultés et de sa volonté de rentrer au pays. Il demande à son frère de lui faire parvenir de l'argent via un de ses amis coréen dont il a pris soin de cacher le nom dans son courrier. Il décide de coder son message comme suit, « on considère les lettres de l'alphabet associées dans l'ordre à l'ensemble Ω , des nombres de 0 à 25. Tel qu'indiqué par le tableau ci-dessous

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On désigne par f la fonction définie sur Ω par $f(x) = y$ telle que $11x + 8 \equiv y [26]$. x est alors codé par y .

Le grand frère de Yato, ne sachant pas comment décoder la lettre va voir son fils Yves, élève en première C qui sollicite ton aide. En utilisant tes connaissances mathématiques, aide Yves et son père à :

1/ Coder le nom « Yato Kani » pour la lettre réponse.

2/ Décoder le nom du Coréen mentionné par la lettre à savoir « QTCF WR »