Lycée Classique Abidjan	DEVOIR DE NIVEAU DE MATHEMATIQUES		2022 - 2023 24/10/2022
	Tle C	2H	

EXERCICE I (2pts)

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule affirmation est vraie. Ecris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne permettant d'avoir l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	A	B	C
1	Le quotient (q) et le reste (r) de la division euclidienne de -17 par -5 est le couple (q ; r)	(3 ; 2)	$(-3 ; 2)$	(4 ;3)
2	Si a divise **n+4** et a divise **2n+13** alors a divise	5	6	7
3	Si $144^{2022} \equiv$ **a** [11] alors le nombre a est égal à	6	3	1
4	Le reste de la division euclidienne de – 28 par 5 est	1	2	3

EXERCICE II (2pts)

Pour chacune des affirmations suivantes, écris le numéro de la ligne puis vrai si l'affirmation est vraie ou faux si l'affirmation est fausse. Exemple pour la ligne 5, la réponse est : 5–FAUX

N°	Affirmations	Réponses
1	A et B deux points distincts, l'ensemble des points M du plan tel que $MA^2 - MB^2 = 0$ est la médiatrice de [AB]	
2	Si $a \equiv 5$ [8] alors $a \equiv 1$ [4], avec a un entier relatif	
3	$806^{30} + 921^{20} \equiv 0$ [23]	
4	Soit I un intervalle, f une fonction numérique dérivable et strictement monotone sur I, $x_0 \in I$ et $y_0 = f(x_0)$. Si $f'(y_0) \neq 0$ alors la bijection réciproque f^{-1} de f est dérivable en y_0	

EXERCICE III (5pts)

On considère un triangle ABC équilatéral de côté **2a** où **a** est un réel strictement positif.
H désigne le milieu de [BC], D le symétrique de A par rapport à H et G le barycentre de $\{(A, -2), (B, 1), (C, -1)\}$

1/a/ Faire une figure qu'on complètera au fur et à mesure

b/ Démontre que pour tout point M du plan, $-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$

2/ a/ Montre que ABHG est un parallélogramme

b/ Démontre que $GB^2 = 7a^2$

3/ On admet que $GA^2 = a^2$ et $GC^2 = 3a^2$,

A tout point M du plan, on associe le nombre réel $f(M) = -2MA^2 + MB^2 - MC^2$

a/ Exprime f(M) en fonction de **MG** et **a**

b/ Détermine et construis l'ensemble $(\mathcal{T})$ des points M du plan tels que : $f(M) = -6a^2$

4/ A tout point M du plan, on associe le nombre réel g(M) = $-2\mathbf{MA}^2 + \mathbf{MB}^2 + \mathbf{MC}^2$

a/ Démontre que g(M) = $\overrightarrow{DM}.\vec{V} - 16a^2$ avec $\vec{V}$ un vecteur non nul que l'on précisera.

b/ Détermine et construis l'ensemble (Δ) des points M tels que g(M) = $2a^2$

EXERCICE IV (6pts)

Soit f la fonction définie sur [0,1[∪]1 ;+ ∞[par : $\begin{cases} f(x) = \frac{x}{x-\sqrt{x}} \; ; si\; x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

On note (C) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthonormé (O,I,J) (unité : 1cm)

1/ Démontre que f est continue en 0

2/a/ Justifie que ∀x∈]0,1[on a : $\sqrt{x}<x$ et $\forall x\in$]1 ;+ ∞[on a : $\sqrt{x} > x$

b/ Calcule les limites de f en 1 puis en +∞ et donne une interprétation graphique si possible des résultats ci-dessus.

3/ Étudie la dérivabilité de f à droite en 0. Et donne une interprétation graphique

4/ Démontre que ∀x∈]0,1[∪]1 ;+ ∞[, on a : $f'(x) = \frac{-\sqrt{x}}{2(x-\sqrt{x})^2}$

5/ Étudie le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation

6/ Trace les droites mises en exergue par l'étude et construis (C)

7/ Soit g la restriction de f à [0,1[

a/ Démontre que g est une bijection de [0,1[vers un intervalle J à préciser

b/ Calcule $g(\frac{1}{4})$ et $g'(\frac{1}{4})$

c/ Justifie que la bijection réciproque g^{-1} de g est dérivable en -1 et calcule $(g^{-1})'(-1)$.

d/ Construis (C'),la courbe représentative de g^{-1}

EXERCICE V (5pts)

Mr TOURE, Directeur de production chez Unilever constate lors d'un contrôle que la production d'un nouveau savon, génère des dépenses trop élevées, ce qui affecte le bénéfice de l'entreprise. Une étude a révélé que le bénéfice exprimé en millions de francs CFA, réalisé pour la production et la vente de q milliers de savons est donné sur l'intervalle **[1 ; 5]** par la formule suivante :

$\mathbf{B}(q) = -\frac{1}{3}q^3 + 9q + 2$. La capacité de production de l'usine est comprise entre **1 000** et **5 000** savons, toute la production est commercialisée. Il fait cas de son inquiétude au directeur général, qui lui demande alors le nombre de savons à produire pour avoir un bénéfice maximal. Ne sachant pas comment faire, Mr TOURE sollicite l'aide de son fils Hamed, élève en terminale scientifique au lycée classique de Cocody.

En utilisant tes connaissances mathématiques, aide Hamed à répondre à la préoccupation de son père.

DEVOIR DE CLASSE 2C3 (MATHEMATIQUES)

Durée : 1h30

EXERCICE 1 (4 POINTS)

Observe le tableau ci-dessous et forme sur ta feuille de copie, les couples **(Numéro affirmation ; vraie)** ou **(Numéro affirmation ; fausse)** qui convient. **Exemple (5 : Fausse)**

Numéro affirmation	Affirmation
1	Le déterminant de deux vecteurs colinéaires n'est pas toujours nul.
2	Trois points alignés forment un repère du plan.
3	Deux vecteurs unitaires sont égaux.
4	Deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires s'il existe un couple de nombres réels $(\alpha; \beta) \neq (0;0)$ tel que $\alpha\overrightarrow{u} + \beta\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}$.
5	Relativement à la base $(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$; $det(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v};\ \overrightarrow{u} - \overrightarrow{v}) = -2$
6	Soient A et B deux points d'une droite (D) orientée par le vecteur unitaire $\overrightarrow{u}$ tels que $\overrightarrow{AB} = -\sqrt{2}\overrightarrow{u}$, alors la mesure algébrique de (B ; A) est $\sqrt{2}$.
7	ABC étant un triangle de centre de gravité G, le couple de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AG}$ dans la base $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ est $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$
8	Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

EXERCICE 2 : (4 POINTS)

Pour chacun des énoncés, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la bonne réponse. **Exemple 10-A.**

	Enoncés		Réponses proposées
1	Soit $(\overrightarrow{i}; \overrightarrow{j})$ une base du plan vectoriel V et les vecteurs $\overrightarrow{u} = 2\overrightarrow{i} - 3\overrightarrow{j}$ et $\overrightarrow{v} = 3\overrightarrow{i} + 2\overrightarrow{j}$. alors	A	$dét(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = -13$
		B	$dét(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = 13$
		C	$dét(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v}) = 0$
2	Soit ABC un triangle rectangle en B. On définit les vecteurs $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{BC}$. Alors :	A	$(\overrightarrow{u}; \overrightarrow{v})$ est une base de V
		B	$\Vert\overrightarrow{u}\Vert = \Vert\overrightarrow{v}\Vert$
		C	$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux.
3	Si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires et de sens contraires, et que $\Vert\overrightarrow{u}\Vert = 3$ et $\Vert\overrightarrow{v}\Vert = 5$ alors $\Vert 3\overrightarrow{u} - 2\overrightarrow{v}\Vert =$	A	19
		B	1
		C	-1
4	$ABCD$ est un parallélogramme de centre O, I est le milieu du segment [AD] et J est le point défini par $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Alors :	A	$\overrightarrow{BI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BJ}$
		B	J est le milieu de $[BI]$
		C	$\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JD} = \overrightarrow{0}$