

Lycée Classique Abidjan	DEVOIR de MATHEMATIQUES - Tle C	Année Scolaire : 2022-2023
Vendredi, 07 Octobre 2022		DUREE : 2 h

EXERCICE 1

Ecris sur ta copie vraie (V) ou fausse (F) pour chacune des propositions ci-dessous :

1. f une fonction croissante sur un intervalle ouvert $]a; b[$. Si f est non majorée sur $]a; b[$ alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$
2. Si $G = \text{bar}\{(A,a);(B,b);(C,c)\}$ et $H = \text{bar}\{(B,b);(C,c)\}$ alors H est le point d'intersection des droites (CG) et (BC)
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 - 2x + 1} + 2x - 1 = -\frac{1}{2}$
4. E et F sont deux points distincts. L'ensemble des points M du plan tels que $\text{Mes}(\overrightarrow{ME}; \overrightarrow{MF}) = \frac{\pi}{7}$ est la droite (EF) privé du segment $[EF]$.

EXERCICE 2

Pour chacune des lignes, écris sur ta copie le numéro de l'affirmation suivi de la lettre correspondant à la réponse juste.

reponse juste.

	A	B	C																		
1	$\sqrt{ab}$	ab	$a\sqrt{b}$																		
2	$+\infty$	$-\infty$	0																		
3	<table> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-3</td> <td>8</td> </tr> </table>	A	B	C	1	-3	8	<table> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-3</td> <td>8</td> </tr> </table>	A	B	C	1	-3	8	<table> <tr> <th>A</th> <th>B</th> <th>C</th> </tr> <tr> <td>1</td> <td>-3</td> <td>8</td> </tr> </table>	A	B	C	1	-3	8
A	B	C																			
1	-3	8																			
A	B	C																			
1	-3	8																			
A	B	C																			
1	-3	8																			
4	$-3\overrightarrow{DB}$	$3\overrightarrow{DB}$	$3\overrightarrow{DA}$																		

EXERCICE 3

Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ dont le tableau de variation est donnée ci-dessous :

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$g'(x)$	+	+	0 -	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$	-1	-3

On précise en plus que :

- g est continue et dérivable sur son ensemble de définition D_h .
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$

- 1- Démontre que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α .
- 2- Démontre que $\forall x \in]-\infty; \alpha[\cup]2; +\infty[$ $g(x) < 0$ et $\forall x \in]\alpha; +\infty[$ $g(x) > 0$.
- 3- Soit (C) la courbe représentative de g dans un repère orthonormé (O, I, J)
Précise les éventuelles asymptotes et branches paraboliques de (C) .

4. On donne $0,5 < \alpha < 0,6$ et $g(1) = 2$. Donne l'allure de la courbe (C).

5. Calcule les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g\left(\frac{3x^2+2}{x^2-5}\right)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} g\left(2 - \frac{1}{x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-5[g(x)]^2}{2g(x)+1}$

EXERCICE 4

ABC est un triangle rectangle isocèle en A. On pose $AB = 2a$ avec $a > 0$

On désigne par I le milieu de [AB] et par G le point défini par $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{IC}$.

1-a) Exprimer GA^2 en fonction de a. On admet que $GB^2 = 5a^2$ et que $GC^2 = 17a^2$.

b) Démontre G est le barycentre des points pondérés (A ;3) (B ;1) et (C ; -2).

c) Détermine et construis l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 + MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$

2- On désigne par (Δ) l'ensemble des points M du plan tels que $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2$

a) Démontre que pour tout point M du plan, on a : $3MA^2 - MB^2 - 2MC^2 = -4a^2 + 2\overrightarrow{MB} \cdot (3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC})$.

b) Justifie que $3\overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BG}$

3- Dédus que (Δ) est une droite tangente à (Γ) en B.

EXERCICE 5

Un artisan fabrique des sacs à mains. Il réussit à vendre tous ses sacs chaque mois à des touristes. Sa marge bénéficiaire mensuelle en centaines de francs est modélisée par la fonction B définie par :

$$B(x) = x^3 - \frac{75}{2}x^2 + 450x + 150 \text{ où } x \text{ représente le nombre de sacs fabriqués et vendus.}$$

Il aimerait connaître l'intervalle de sa marge bénéficiaire pour un nombre de sacs fabriqués compris entre 5 et 17.

En te basant sur tes connaissances mathématiques et à l'aide d'un raisonnement cohérent aide l'artisan à répondre à sa préoccupation