

DEVOIR DE MATHEMATIQUES N°1

Date : Jeudi 06 Octobre 2022

Durée : 2h

EXERCICE 1

Pour chacune des affirmations suivantes dis si elle est vraie ou fausse. Tu écriras alors le numéro de l'affirmation suivi de Vrai si l'affirmation est vraie ou suivi de Faux si elle est fausse.

- 1) la limite en $+\infty$ d'une fonction strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$ est égale à $+\infty$
- 2) L'ensemble des points M du plan tels que $\text{Mes}(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{7}$ n'est pas un cercle.

EXERCICE 2

Pour chaque question, une seule réponse est correcte. Ecris le numéro de la question suivie de la lettre indiquant la bonne réponse.

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|2x-2| - x}{2x-4}$ est égale à :

- a) $\frac{1}{2}$ b) $+\infty$ c) 0 d) n'existe pas.

2) ABC est un triangle et $G = \text{bar}\{(A, 2); (B, -3); (C, 5)\}$. L'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$ est :

- a) le point G b) la médiatrice de [AB] c) un cercle de centre G d) l'ensemble vide.

EXERCICE 3

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) orthonormé d'unité 3 cm.

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3$ et (C) sa courbe représentative.

- 1) Démontre que (C) admet une branche parabolique en $-\infty$ et en $+\infty$ dont on précisera la direction.
- 2) Détermine le sens de variation puis dresse le tableau de variation de g
- 3) a) Démontre que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution $\beta \in [-1; 0]$
b) Détermine un encadrement de β par deux nombres décimaux consécutifs d'ordre 1.
- 4) Détermine le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$
- 5) a) Démontre que g réalise une bijection de $[1; +\infty[$ sur un intervalle K que tu détermineras.
b) Dresse le tableau de variation de g^{-1} la bijection réciproque de g.

EXERCICE 4

ABC est un triangle tel que $AB = 7$, $BC = 4$ et $AC = 5$ (Unité graphique 1cm)

Soit I milieu de [BC]

1. Montre que $AI = \sqrt{33}$

2. M est un point quelconque du plan et m est un nombre réel.

- a) Pour quelle valeur de m le vecteur $\vec{u} = m\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est-il un vecteur constant ?
- b) On suppose que $m = -2$. Exprime $\vec{u}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AI}$
- c) Détermine et construis l'ensemble des points (Γ) du plan tels que $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = -58$
- 3) Soit D le barycentre des points pondérés (A, -1), (B, 1) et (C, 1).
a) Démontre que ABDC est un parallélogramme.
b) Détermine et construis l'ensemble de (Γ') des points M du plan tels que $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = -25$