Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

LYCEE SCIENTIFIQUE
YAMOUSSOUKRO

ANNEE SCOLAIRE : 2021-2022
DUREE : 2h

DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Terminale C

Cette épreuve comporte 2 pages numérotées 1/2 et 2/2.

EXERCICE 1

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad u_n = \frac{ln(n+1) + ln(n+2) + \cdots + ln(n+n) - nln(n)}{n}$$

1) Démontrer que pour tout entier naturel n non nul,

$$u_n = \frac{1}{n}\left[\ln(1+\frac{1}{n}) + \ln(1+\frac{2}{n}) + \cdots + \ln(1+\frac{n}{n})\right]$$

2) a) Démontrer que pour tout entier naturel k tel que $0 \le k \le n-1$,

$$\frac{1}{n}\ln(1+\frac{k}{n}) \le \int_{1+\frac{k}{n}}^{1+\frac{k+1}{n}} ln(x)dx \le \frac{1}{n}\ln(1+\frac{k+1}{n})$$

On pourra utiliser un encadrement de $\ln(x)$ *sur l'intervalle* $\left[1+\frac{k}{n}, 1+\frac{k+1}{n}\right]$

b) En déduire que pour tout entier naturel n non nul : $u_n - \frac{1}{n}\ln 2 \le \int_1^2 ln(x)dx \le u_n$.

3) Sachant que $\int_1^2 ln(x)dx = 2\ln 2 - 1$, déduire de ce qui précède la limite de la suite et (u_n).

EXERCICE 2

L'unité de longueur est le centimètre.

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle en A tel que : $Mes(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{2}$ et $Mes(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = -\frac{\pi}{6}$.

I- 1) On considère la similitude directe S qui transforme A en B et C en A.

Fomesoutra.com
ça soutra !
Docs à portée de main

a) Faire une figure en prenant $AC = 7$ (*On complètera la figure au fur et à mesure.*)

b) Justifie que S n'est pas une translation.

c) Justifie que l'angle de la similitude directe S est $-\frac{\pi}{2}$.

d) Détermine le rapport de S.

2) On note Ω le centre de S.

a) Démontre que Ω appartient aux cercles $(\mathscr{C}')$ et $(\mathscr{C})$ de diamètres respectifs $[AB]$ et $[AC]$.

b) Justifie que Ω est le projeté orthogonal de A sur la droite (BC).

3) Soit (Δ) une droite passant par A et ne passant pas par Ω.
(D) est la perpendiculaire à (Δ) passant par C. On appelle B' et C' les projetés orthogonaux respectifs de B et C sur (Δ).

a) Détermine les images respectives de (D) et (Δ) par S.

b) En déduire l'image du point C' par S .

c) Déduire de ce qui précède que le cercle de diamètre $[B'C']$ passe par un point fixe lorsque la droite (Δ) varie. Préciser ce point fixe.

II- 1) Placer le point I de la demi-droite $[AC)$ tel que $AB = AI$.

2) Le plan complexe est muni du repère orthonormé direct $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AB})$.

a) Démontre que l'affixe du point C est $\sqrt{3}$.

b) Soit M un point d'affixe z et M' le point d'affixe z', image de M par S

Justifie que : $z' = -i\frac{\sqrt{3}}{3}z + i$.

c) Détermine l'affixe du centre Ω de S.

3) a) Détermine l'ensemble (Γ) des points M d'affixe z tel que $|z'| = 1$.

b) Tracer (Γ) .