EMPT Bingerville

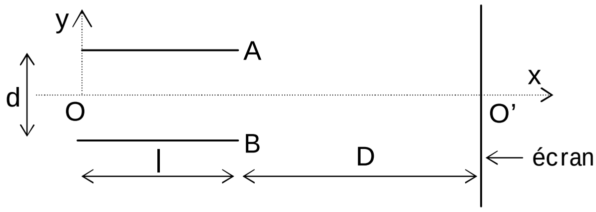
DEVOIR 2 DE MÉCANIQUE
Niveau : Tle C / Durée : 3H
Professeur : Sébastien ESSOH

Vendredi 12 Nov. 2010

Cette épreuve comporte trois (3) pages numérotées 1/3, 2/3 et 3/3
Toute calculatrice est autorisée

EXERCICE I (5 points / 40 min)

On maintient entre les plaques une différence de potentiel U. La longueur de ces plaques est *l* et leur distance est d. Un ion oxygène est injecté dans une direction perpendiculaire au champ avec une vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\overrightarrow{i}$, au point O milieu des plaques (voir figure).

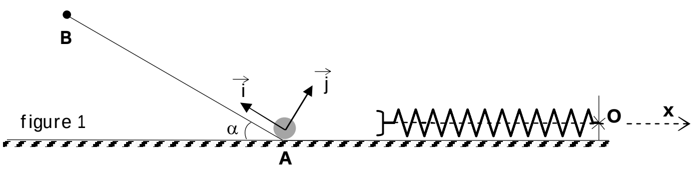


Données : l = 2cm ; d = 1cm ; D = 50cm ; $U = V_A - V_B$ = 100V ; $v_0 = 10^7 m.s^{-1}$; $m_{e^-} = 9{,}1.10^{-31}$kg ; $e = 1{,}6.10^{-19}$C ; masse de l'ion $m = 1{,}9.10^{-26}$ kg. On négligera le poids de l'ion.

1. Reproduire le schéma et représenter la tension U, le champ $\overrightarrow{E}$ et la force électrostatique $\overrightarrow{F}$
2. Calculer la valeur du champ $\overrightarrow{E}$ (supposé uniforme) entre les deux plaques.
3. Établir l'équation de la trajectoire de l'ion.
4. L'ion sort de la région où règne le champ $\overrightarrow{E}$ en un point S.
   - 4.1. Calculer les coordonnées de S.
   - 4.2. Calculer les coordonnées du vecteur-vitesse $\overrightarrow{v_S}$ au point S et en déduire sa valeur v_S.
5. On place un écran à la distance D de l'extrémité des plaques. Soit P le point d'impact de l'ion sur l'écran. Calculer par deux méthodes la distance OP.
6. Quelle est la condition sur la tension U pour que l'ion sorte du champ $\overrightarrow{E}$?

EXERCICE II (5 points / 60 min)

On considère une gouttière AB dont l'inclinaison par rapport au plan horizontal fait un angle α, et une bille supposée ponctuelle de masse m = 200 g. Un lanceur à ressort étalonné, à spires non jointives de raideur k est solidaire à la gouttière AB. L'une de ses extrémités étant fixée en O.
On comprime le ressort, lorsqu'il est lâché, le ressort communique à la bille au point A, une vitesse de lancement $\overrightarrow{V_A}$ parallèle à $\overrightarrow{AB}$ et de valeur $V_A = 20\ m.s^{-1}$. Une force de frottement $\overrightarrow{f}$ dirigée en sens contraire du mouvement s'exerce sur la bille à la montée et à la descente. (voir figure 1, ci-dessous)



On prendra pour origine des temps, l'instant du lancement pour tout le mouvement de la bille (montée comme descente).
Les deux mouvements seront étudiés dans le même repère (A ; $\overrightarrow{i}$; $\overrightarrow{j}$) avec $\overrightarrow{i}$ parallèle à $\overrightarrow{AB}$.
On prendra la valeur du champ de la pesanteur de la terre $g = 10\ m.s^{-2}$.

1. Après avoir fait un inventaire des forces extérieures s'exerçant sur la bille en montée, puis en descente, donner les expressions littérales des accélérations a_1 (mouvement de montée) et a_2 (mouvement de descente) en fonction de m, g, f et α.
   En déduire la nature du mouvement dans chaque cas.

2. Donner les expressions des vitesses V_1 (mouvement de montée) et V_2 (mouvement de descente) en fonction : des accélérations respectives a_1, a_2, la vitesse V_A et le temps t.

3°/ Un relevé de la valeur algébrique de la vitesse de la bille en fonction du temps nous donne la courbe suivante. (voir figure 2, ci-contre)

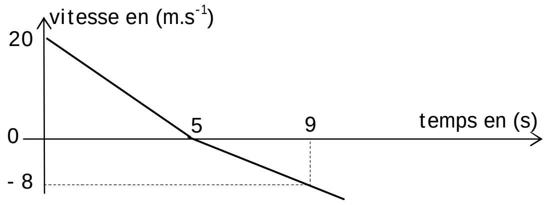


figure 2

3.1. À partir du relevé, déterminer les valeurs numériques des accélérations a_1 et a_2 de la question 1.

3.2. Calculer la vitesse V_A' de la bille quand elle repasse en A.

3.3. Montrer que la variation de l'énergie mécanique de la bille n'est pas nulle et calculer sa valeur.

3.4. À partir de la variation de l'énergie mécanique du système {Terre-bille} à la montée et à la descente, calculer la valeur de $\overrightarrow{f}$.

4. À son passage en A, à la vitesse V_A', la bille heurte le ressort (R) auquel, elle s'accroche en le comprimant, dans le plan horizontal d'axe (Ox). Les frottements étant supposés négligeables, le système se met alors à osciller en translation.

4.1. Calculer l'énergie mécanique totale du système $\{$bille , ressort$\}$

4.2. Établir l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G de la bille.

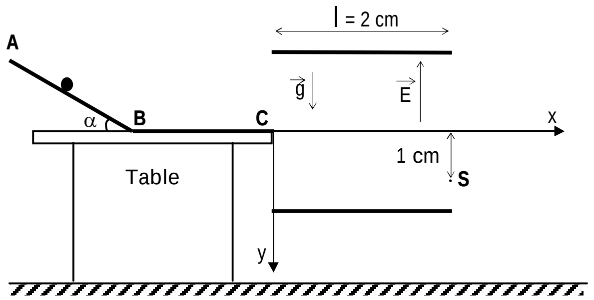
4.3. La durée de 10 oscillations est 0,628 s.
Calculer la pulsation propre ω_0 et en déduire la valeur k du ressort (R).

4.4. Calculer la déformation maximale X_m du ressort (R).

4.5. Écrire la loi horaire du mouvement de la bille. On prendra comme origine des dates, l'instant de contact qui est celui de l'accrochage.

EXERCICE III (5 points / 50 min)

Un corpuscule de masse m et de charge q considéré comme ponctuel, est lâché en A sans vitesse initiale. Il glisse le long d'un tremplin ABC (Voir figure ci-dessous)



Données :

m = 10 g   f = 10^{-2} N ;
α = 30°   q = - 10^{-3} C
AB = BC = L = 50 cm
g = 10 N.Kg^{-1}

Les forces de frottement sont assimilables à une force unique $\overrightarrow{f}$ le long du trajet ABC.
On admettra que le passage au point B ne modifie pas la valeur de la vitesse du corpuscule.

1. Déterminer :
   1.1. L'accélération a_1 du corpuscule entre A et B.
   1.2. L'accélération a_2 du corpuscule entre B et C.
   1.3. La valeur V_B de la vitesse du corpuscule en B.
   1.4. La valeur V_C de la vitesse du corpuscule en C.
   1.5. La durée du parcourt ABC.

2. Au-delà du point C, le corpuscule quitte la table avec une vitesse V_C = 7 m.s^{-1} et évolue dans un espace où règnent deux champs uniformes. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ et le champ électrostatique $\vec{E}$. On déduit le mouvement du corpuscule dans le repère orthonormé (Cx ; Cy).
   2.1. Établir les équations horaires du mouvement du corpuscule.
   2.2. Donner l'expression littérale de l'équation de la trajectoire.
   2.3. Déterminer la valeur de $\vec{E}$ pour que le corpuscule sorte de l'espace champ $\vec{E}$ au point S d'ordonnée 1 cm.

EXERCICE IV (5 points / 30 min)

Un satellite artificiel S, de masse m_s a une trajectoire supposée circulaire de rayon r_1 autour de la Terre, dans le plan équatorial.

1. À partir de la loi d'attraction universelle, déterminer l'accélération g de la pesanteur à l'altitude h du satellite en fonction de celle existant au sol, notée g_o.
2. Montrer que S est animé d'un mouvement circulaire uniforme.
3. Déterminer la vitesse v_1 du satellite S ainsi que sa période T_1 en fonction de son rayon r_1, g_o et R. Faire l'application numérique.
4. On désire que S deviennent un satellite géostationnaire.
   4.1. Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?
   4.2. Calculer le rayon r_s de son orbite. En déduire l'altitude h_s à laquelle il se trouve.

Données :

Période de révolution de la Terre : T_T = 86164 s
g_o = 9,8 m.s^{-2}
m_s = 2000 Kg
r_1 = 20000 Km
rayon de la Terre : R = 6400 Km.