Satellites de Jupiter

Pondichéry 04/ 02

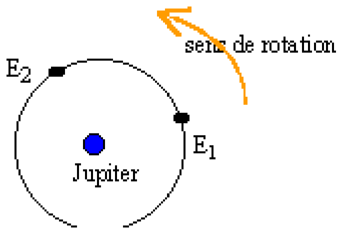
Données :

Galilée commença à observer la planète Jupiter en janvier 1610 avec une lunette de sa fabrication. Il découvrit qu'autour de Jupiter tournaient quatre lunes auxquelles il donna le nom d'astres médicéens; ce sont quatre satellites de Jupiter : Io, Europe, Ganymène et Callisto.
G constante de gravitation universelle = $6{,}67\ 10^{-11}$ SI
masse de Jupiter $M_J = 1{,}9\ 10^{27}$ kg ; rayon de Jupiter $R_J = 7{,}15\ 10^4$ km ;
période de rotation de Jupiter sur elle même : T_J= 9 h 55 min
Masse du satellite Europe (noté E) : M_E ; Rayon de l'orbite du satellite Europe : $r_E = 6{,}7\ 10^5$ km
Période de révolution du satellite Europe autour de Jupiter : T_E= 3 j 13 h 14 min.
Tous les corps seront supposés à répartition de masse à symétrie sphérique et on supposera que chaque satellite n'est soumis qu'à l'influence de Jupiter.

partie 1 : les vecteurs sont notés en **bleu** et en **gras**.

Représenter sur un schéma la force de gravitation $\mathbf{F}_{J\text{-->}E}$ exercée par Jupiter sur Europe et celle $\mathbf{F}_{E\text{-->}J}$ exercée par Europe sur Jupiter.
- Donner l'expression vectorielle de $\mathbf{F}_{J\text{-->}E}$, les centres des deux astres étant séparés d'une distance d.

Définir un mouvement uniforme.
- Le mouvement du satellite Europe (noté E) est étudié dans le référentiel " jupiterocentrique". Par analogie avec le référentiel géocentrique, donner les caractéristiques d'un référentiel jupiterocentrique.
- Montrer que le mouvement du satellite Europe en orbite circulaire est uniforme dans le référentiel jupiterocentrique.
- Comparer les vecteurs vitesses $\mathbf{V}_1$ et $\mathbf{V}_2$ et les vecteurs accélération $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ du satellite aux points E_1 et E_2.



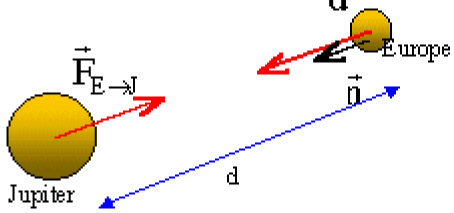
- Représenter ces vecteurs.

partie 2 :

Etablir que la valeur de la vitesse du satellite de Jupiter est $V^2 = GM_J / r$ où r désigne le rayon de l'orbite du satellite.
En déduire l'expression de la période T de révolution du satellite en fonction de G, M_J et r.
Montrer que le rapport T^2 / r^3 est constant pour les différents satellites de Jupiter. (ce résultat correspond à la troisième loi de Kepler).
- La période de révolution de Io autour de Jupiter est T_{Io} = 1 j 18 h 18 min. Thébé, un autre satellite de Jupiter, possède une orbite de rayon moitié de l'orbite de Io. Déterminer la période de révolution T_{th} de Thébé autour de Jupiter.
Par analogie avec la définition d'un satellite géostationnaire, un satellite jupiterostationnaire est un satellite fixe par rapport à Jupiter. Europe est-il jupiterostationnaire ? Justifier sans calculs à l'aide des données.

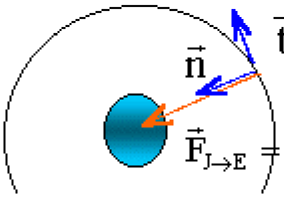
corrigé

$$\vec{F}_{J\to E} = \frac{GM_J M_E}{d^2}\vec{n}$$



mouvement uniforme : la norme du vecteur vitesse est constante.
Un référentiel Jupiterocentrique est centré sur Jupiter et les trois axes pointent vers des étoiles lointaines qui paraissent fixes.
Ecrire la 2 ème loi de Newton dans la base de Frenet :
Europe n'est soumis qu'à la force de gravitation attractive exercée par Jupiter et dirigée vers le centre de Jupiter (pas de composante tangentielle)

$$\vec{a} = \frac{GM_J}{r^2}\vec{n} = \frac{v^2}{r}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$



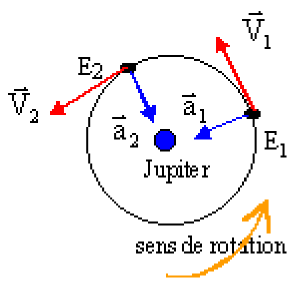
$$\vec{F}_{J\to E} = \frac{GM_J M_E}{r^2}\vec{n}$$

$$M_E \frac{dv}{dt}\vec{t} = \vec{0} \Rightarrow \|\vec{v}\| = \text{constante}$$

$$M_E \frac{v^2}{r}\vec{n} = \frac{GM_J M_E}{r^2}\vec{n} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_J}{r}$$

---

satellite aux points E_1 et E_2 :
Les vecteurs vitesses $\mathbf{V}_1$ et $\mathbf{V}_2$ ($V^2 = GM_J/ r$) ont même norme mais des directions différentes
Les vecteurs accélération $\mathbf{a}_1$ et $\mathbf{a}_2$ ($a = V^2 / r$) ont même norme mais des directions différentes



---

période de révolution T :
durant une période T le satellite décrit une circonférence de rayon r à vitesse constante V :
$2\pi r = V\,T$ soit $4\pi^2 r^2 = V^2 T^2$
remplacer V^2 par GM_J/ r d'où : $4\pi^2 r^2 = GM_J/ r\ T^2$
soit $T^2 / r^3 = 4\pi^2 / (GM_J)$ rapport constant pour une planète donnée.
$T^2_{Io} / R^3_{Io} = T^2_{Th} / R^3_{Th}$ soit $T^2_{Th} = T^2_{Io} R^3_{Th} / R^3_{Io}$.
$R^3_{Th} / R^3_{Io} = (0{,}5\ R_{Io})^3 / R^3_{Io} = 0{,}5^3 = 0{,}125$
$T^2_{Th} = 0{,}125\ T^2_{Io}$ soit $T_{Th} = 0{,}354\ T_{Io}$
mettre T_{Io} en minutes : 24*60 +18*60+18 = 2538 min
T_{Th} = 0,354*2538 = 896 min = 14 h 56 min.

---

jupiterostationnaire :
un satellite juputérostationnaire doit se trouver dans le plan équatorial de Jupiter
il doit tourner dans le même sens que Jupiter
sa période doit être égale à celle de Jupiter

T_E est différent de T_J : donc Europe n'est pas jupiterostationnaire

satellite

Fomesoutra.com ça soutra ! Docs à portée de main

service de santé des armées concours 2002

suite--> oscillateur mécanique Le lanceur européen Ariane a été conçu pour placer en orbite géostationnaire des satellites. Le satellite S supposé ponctuel de masse m évolue autour de la terre de masse M assimilée à une sphère homogène de centre O et de rayon R. L'étude sera effectuée dans le référentiel géocentrique considéré comme galiléen. On notera r la distance OS entre le centre de la terre et la position du satellite et on introduira le vecteur unitaire u dirigé de O vers S.

Données :

M= 6 10^{24} kg ; R = 6380 km ; m= 1000 kg ; r_1=6700 km ; G= 6,67 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}.

durée d'un jour $T^2 = (24\ h)^2 = 7{,}5\ 10^9\ s^2$; $\pi^2 = 10$

Exprimer le vecteur force d'attraction gravitationnelle F qu'exerce la terre sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle G, M, m, r et le vecteur unitaire n.

- Montrer que le mouvement du satellite sur une orbite circulaire de rayon r est uniforme. Un schéma permettra de visualiser les vecteurs force, vitesse, accélération et les vecteurs unitaires utilisés est exigé.
- Etablir l'expression de la vitesse v du satellite sur la trajectoire circulaire de rayon r ainsi que celle de la période de révolution T autour de la terre en fonction de G, M, m et r.

Qu'est-ce qu(un satellite géostationnaire ? Dans quel plan se trouve l'orbite du satellite géostationnaire .

- Etablir l'expression r_2 de l'orbite géostationnaire du satellite.
- Déterminer numériquement l'ordre de grandeur de r_2.

Il serait très onéreux de propulser la fusée porteuse directement jusqu'à l'orbite géostationnaire : on procède donc par transfert d'orbites. Le satellite est d'abord placé sur une orbite basse de rayon r_1 puis mené vers l'orbite géostationnaire de rayon r_2 à l'aide des moteurs propulseurs. Entre les deux orbites circulaires le satellite emprunte une orbite de transfert elliptique.

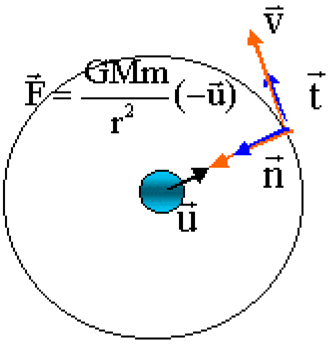
- Exprimer l'énergie cinétique Ec du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.
- On donne l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle pour le satellite situé à une distance r du centre de la terre, en choisissant l'origine de l'énergie potentielle à l'infini. Ep(r) = - GMm / r. Exprimer l'énergie mécanique E_m du satellite sur une orbite circulaire de rayon r en fonction de G, M, m et r.
- Exprimer successivement l'énergie mécanique E_m et l'énergie potentielle E_p en fonction de l'énergie cinétique E_c sur cette même orbite.
- Exprimer l 'énergie W fournie par les moteurs pour que le satellite passe de l'orbite basse de rayon r_1 à l'orbite géostationnaire de rayon r_2 en fonction de G, M, m, r_1 et r_2.
- Calculer l'ordre de grandeur de W.

corrigé

Au sol le champ de gravitation est égal à : $g_0 = GM / R^2$ soit $GM = g_0 R^2$

G constante de gravitation; M masse de la terre et R rayon terrestre.

à l'altitude h (r =R+h) l'intensité du champ de gravitation est : $g = GM/ r^2 = g_0 R^2 / r^2$.



$$\vec{a} = \frac{GM}{r^2}\vec{n} = \frac{v^2}{r}\vec{n} + \frac{dv}{dt}\vec{t}$$

$$m\frac{v^2}{r}\vec{n} = \frac{GMm}{r^2}\vec{n} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{dv}{dt}\vec{t} = \vec{0} \Rightarrow \|\vec{v}\| = \text{constante}$$

le vecteur accélération est centripète ; le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire et a le sens du mouvement

La période est la durée pour pacourir une circonférence de rayon r à la vitesse v

$2\pi r = vT$

$4\pi^2 r^2 = v^2T^2 = GMT^2 / r$

$T^2 = r^3\, 4\pi^2/ (GM)$ d'où $r^3 = T^2\, GM / (4\pi^2)$.

---

application numérique: (distance en mètre)

$r^3 = 7{,}5\ 10^9 * 6{,}67\ 10^{-11} * 6\ 10^{24} / (4*10) = 75\ 10^{21}$ d'où $r = 4{,}2\ 10^7$ m.

énergie cinétique : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, remplacer v^2 par GM / r

$E_c = \frac{1}{2}m\, GM / r$

énergie mécanique : $E_m = E_p + E_c = -m\, GM / r + \frac{1}{2}m\, GM / r = -\frac{1}{2}m\, GM / r = -E_c$.

énergie potentielle $E_p = -m\, GM / r = -\, 2E_c$.

énergie mécanique : $E_m(1) = -m\, GM / r_1$.

énergie mécanique : $E_m(2) = -m\, GM / r_2$.

$W = E_m(2) - E_m(1) = m\, GM\, [1/ r_1 - 1/ r_2]$

l'application numérique donne (mettre les rayons en mètres) : $2{,}5\ 10^{10}$ J.