

### EXERCICE 1

Un satellite artificiel est placé sur une orbite circulaire de rayon  $r$  dans un plan équatorial. La terre est assimilée à une sphère de rayon  $R = 6400\text{km}$ .

1. A partir de la loi d'attraction universelle, établir l'expression de l'accélération  $g$  de la pesanteur à l'altitude  $h$  du satellite, en fonction de celle existant au sol, notée  $g_0$  et de  $h$ .
2. Le poids du satellite au sol étant exactement  $P_0 = 2000\text{N}$ , que vaut-il aux altitudes  $h_1 = 160\text{km}$  ?
3.  $h_2 = R$  ;  $h_3 = 3R$  ?
4. Exprimer en fonction de  $R$ ,  $h$  et  $g_0$ , la période de révolution du satellite à l'altitude  $h$ . L'exprimer ensuite en fonction de la période  $T_0$  d'un satellite fictif qui graviterait sur l'orbite  $h = 0$
5. Sachant que  $T_0 = 1\text{h } 24\text{mn } 35\text{s}$ , calculer  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  ainsi que la masse du satellite.

### EXERCICE 2

On suppose que la terre possède une répartition sphérique de masse  $M_T$ .

1. Etablir l'expression de la norme du vecteur champ gravitationnel  $\vec{g}$  à l'altitude  $z$  en fonction de  $G$ ,  $M_T$ ,  $R_T$  et  $z$ .
  2. Montrer qu'à l'altitude  $z$ , le champ de gravitation  $g$  est donné par la relation :  $g = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + z)^2}$  avec  $g_0$  champ de gravitation au sol.
  3. On place à l'aide d'une fusée un satellite assimilable à un point matériel de masse  $m$  sur une orbite circulaire à l'altitude  $z$ .
    - 3.1 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
    - 3.2 Etablir l'expression de la vitesse du satellite en fonction de  $g_0$ , du rayon  $R_T$  de la terre et de l'altitude  $z$ . Calculer sa valeur numérique pour  $z = 10^3\text{km}$ .
    - 3.3 Quelle est la période de révolution de ce satellite ?
  4. Un satellite géostationnaire reste constamment à la verticale d'un même point à la surface de la terre.
    - 4.1 Quelle est la période d'un tel satellite ?
    - 4.2 Montrer que son orbite est nécessairement contenue dans le plan de l'équateur.
    - 4.3 Exprimer l'altitude du satellite en fonction de la période, du champ  $g$  et du rayon  $R_T$  de la terre. Calculer la valeur de cette altitude.
- Données :  $M_T = 6,010^{24}\text{kg}$  ;  $R_T = 6,4 \cdot 10^6\text{m}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{S.I.}$

### EXERCICE 3

Venus est une planète de masse  $M_V = 4,83 \cdot 10^{24}\text{kg}$  assimilée à une sphère de rayon moyen  $R_V = 6,26 \cdot 10^6\text{m}$  ; Elle décrit autour du soleil une trajectoire circulaire de rayon  $r_V = 1,08 \cdot 10^{11}\text{m}$ .

1. Calculer la norme du vecteur champ de gravitation à la surface de venus. On donne  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{S.I.}$
2. Sachant que la trajectoire circulaire de la terre autour du soleil a un rayon  $r_T = 1,5 \cdot 10^{11}\text{m}$ .  
Calculer :
  - 2.1 La période de révolution de venus autour du soleil. (En appliquant la troisième loi de KEPLER). On donne  $T_{\text{terre}} = 365,25$  jours
  - 2.2 La masse  $M_S$  du soleil
  - 2.3 Comparer le champ de gravitation due au soleil sur la surface de venus au champ de gravitation due à la planète elle-même.



### EXERCICE 4

1. Meteosat est un satellite artificiel, de masse  $m$ , qui tourne autour de la terre, sur une orbite circulaire à l'altitude  $z = 35,8 \cdot 10^3\text{km}$ .
  - 1.1 Quelles sont les caractéristiques de la force gravitationnelle  $\vec{F}$  exercée par la terre sur ce satellite ?
  - 1.2 Donner son expression en fonction de  $z$  (altitude),  $m$  (masse du satellite),  $M_T$  (masse de la terre),  $R_T$  (rayon de la terre) et  $G$  (constante gravitationnelle).
2. En déduire que le mouvement du satellite est uniforme.
3. Exprimer la vitesse  $V$  du satellite sur son orbite.

4. Donner l'expression de la période  $T$  de révolution du satellite en fonction de  $G$ ,  $M_T$  et  $r$  (rayon de l'orbite du satellite).

5. Montrer que  $\frac{T^2}{r^3}$  est une constante pour tous les satellites de la terre.

6. La lune tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon  $r = 385280\text{km}$ . Sa période de révolution est de 27 jours  $\frac{1}{3}$ . Utiliser la troisième loi de KEPLER pour calculer la masse de la terre.

7. On considère un satellite géostationnaire.

7.1 Quelle est la particularité de ce satellite.

7.2 Exprimer l'altitude  $z$  à laquelle évolue un tel satellite puis la calculer. Que peut-on dire de Meteosat ?

Données :  $R = 6380\text{km}$  ;  $M_T = 6,0 \cdot 10^{24}\text{kg}$  ;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{S.I.}$

### EXERCICE 5

Dans un repère galiléen  $R$ , on considère deux astres ou satellites présentant une répartition de masse à symétrie sphérique :

1. A (de masse  $M$ ) et B (de masse  $m$ ). A dont la masse est très grande devant celle de B, est supposée être immobile dans  $R$ . Dans ce repère, B tourne autour de A avec un mouvement uniforme et son centre décrit un cercle de rayon  $R$ .

1.1. Etablir la relation qui lie la vitesse  $v$  du centre d'inertie de B, le rayon  $R$  de l'orbite, la masse  $M$  de A et la constante de gravitation universelle  $G$ .

1.2 On connaît la période de révolution  $T$  de B autour de A.

1.2.1 Exprimer la vitesse  $V$  en fonction de  $T$ .

1.2.2 En déduire la troisième loi de KEPLER :  $\frac{R^3}{T^2} = C \cdot M$  et donner l'expression de  $C$  en fonction de  $G$ .

2. Un satellite artificiel tourne autour de la terre en 134 min selon une orbite circulaire  $R_S = 8,713 \cdot 10^3\text{km}$ . Sachant que la terre décrit autour du soleil en 365,25 jours une orbite qu'on pourra considérer comme circulaire de rayon  $R_T = 1,496 \cdot 10^8\text{km}$ , Calculer le rapport  $\frac{M_{\text{sol}}}{M_{\text{terre}}}$ .

3. On donne  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{S.I.}$ . Le rayon terrestre est  $R = 6370\text{km}$ . Le poids d'une masse de 1kg en l'un des pôles de la terre est 9,83N. Calculer la masse du soleil.



### EXERCICE 6

On considère que chaque satellite de masse  $m$  n'est soumis qu'à la seule force gravitationnelle de la part de Jupiter de masse  $M$  et que les astres ont une répartition de masse à symétrie sphérique. On note  $r$  le rayon de la trajectoire circulaire décrite par les satellites autour de Jupiter.  $r$  représente la distance entre le centre de Jupiter et le centre du satellite étudié.

1. Donner l'expression vectorielle de la force de gravitation exercée par Jupiter sur un satellite. Représenter cette force sur un schéma.

2. Montrer qu'un satellite est animé d'un mouvement uniforme et exprimer sa vitesse.  $G$  représente la constante universelle de gravitation.

3. Choisir parmi les quatre propositions ci-dessous celle qui correspond au satellite le plus rapide. Justifier.

-le plus proche de Jupiter

-le plus loin de Jupiter

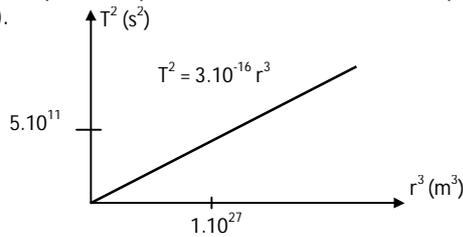
-le plus léger

-le plus lourd

4. A partir de l'expression de la vitesse, établir l'expression de la période de révolution  $T$  d'un satellite autour de Jupiter en fonction de  $r$  et des grandeurs de l'exercice.

5. Établir la troisième loi de Kepler.

6. L'étude des mouvements des satellites de Jupiter, réalisée dans la partie 1, permet de déterminer la période et le rayon de l'orbite de chaque satellite. Sur le graphe ci-dessous, on a représenté pour chaque satellite, les valeurs des couples  $(r^3, T^2)$ .



6.1 En observant ce graphe, pourquoi peut-on dire que la

Planète	Mercur	Pluton	Terre	Jupiter	Saturne
demi-grand axe $a$ (u.a)		39,3	1	5,203	
période de révolution $T$	0,241		1		29,45

troisième loi de Kepler est vérifiée ?

6.2 L'équation de la meilleure droite passant par les points obtenus est :  $T^2 = 3 \times 10^{-16} r^3$ . En déduire l'ordre de grandeur de la masse de Jupiter.

On prend  $\pi^2 = 10$  et  $G = 1 \times 10^{-10}$  unité SI.

### EXERCICE 7

La terre sera assimilée à une sphère de rayon  $R_T$  et de masse  $M_T$ . Elle possède une répartition de masse à symétrie sphérique. On donne :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  S.I ;  $G_0 = 9,8$  m.s<sup>-2</sup> ;  $R_T = 6400$  km.

$G_0$  : Intensité du champ de gravitation terrestre au niveau du sol.

1. Donner l'expression du champ de gravitation terrestre  $G_h$  à une altitude  $h$ . En déduire l'expression littérale de la masse de la terre en fonction de  $G$ ,  $G_0$  et  $R_T$  et calculer sa valeur.

2. Un satellite de la terre de masse  $m$ , considéré comme ponctuel, tourne autour de la terre à une altitude  $h$ , sur une orbite circulaire dont le centre est celui de la terre.

2.1 Représenter sur un schéma la (ou les) forces s'exerçant sur le satellite.

2.2 Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

2.3 Etablir en fonction de  $G_0$ ,  $R_T$  et  $h$ , l'expression de :

2.3.1 La vitesse  $v$  du satellite ;

2.3.2 la période  $T$  du satellite ;

2.4 On pose  $r = R_T + h$ . Montrer que le rapport  $\frac{T^2}{r^3}$  est égale à une constante. C'est la troisième loi de Kepler.

3. La terre possède plusieurs satellites artificiels qui tournent autour d'elle, sur des orbites considérées comme circulaire. On donne les périodes de révolution  $T$  ainsi que les altitudes  $h$  de quelques un de ces satellites (voir tableau ci-dessous)

3.1 Recopier et compléter le tableau ci-dessus. Vérifier que le rapport  $\frac{T^2}{r^3} = k$  où  $k$  est un nombre de la forme  $k = a \cdot 10^p$  à déterminer avec  $a \in \mathbb{N}$  et  $p \in \mathbb{Z}$ .

3.2 En déduire la masse de la terre. Cette valeur est-elle compatible avec celle de la question 1 ?

4. Le satellite Spot 2 est un satellite pour l'observation de la terre. Il a été placé en orbite en 1990. Ces prises de vue permettent de faire une prospection géologique dans les régions d'accès difficile.

4.1 A partir des résultats de la question 2.3.1, calculer la vitesse du satellite.

4.2 Les villes de Libreville (Gabon) et de Jamaame (Somalie) se trouvent dans le plan de l'orbite du satellite. Le satellite survole ces deux villes en un intervalle de temps  $\Delta t = 9,46$  min.

Calculer la distance séparant Libreville et Jamaame

### EXERCICE 8

Docs à portée de main

#### 1<sup>ère</sup> partie : mouvement des planètes

La troisième loi de Kepler a pour énoncé : " le carré de la période de révolution  $T$  de chaque planète est proportionnel au cube du demi grand axe, noté  $a$ , de son orbite elliptique "

1. Donner le référentiel utilisé pour étudier le mouvement des planètes

2. Traduire par une relation mathématique l'énoncé de la 3<sup>ème</sup> loi de Kepler.

3. Des études menées sur le mouvement de planètes autour du soleil ont permis d'obtenir le tableau suivant :

3.1 Donner l'unité de période utilisée dans ce tableau.

3.2 L'unité de distance utilisée est l'unité astronomique. Expliquer ce qu'elle représente

3.3 Recopier, puis compléter le tableau précédent. On suppose que ces 4 planètes sont placées sur une trajectoire circulaire. Classer les par ordre d'éloignement croissant au soleil.

3.4 En utilisant la 3<sup>ème</sup> loi de Kepler déterminer la masse du soleil.

**Données :**  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  S.I ; 1 u.a (unité astronomique) =  $1,5 \cdot 10^{11}$  m.

#### 2<sup>ème</sup> partie : des images de Mercure

En vue d'explorer la planète Mercure, l'ESA y enverra En août 2009, simultanément deux sondes. Les deux sondes seront mises en orbite autour de Mercure. L'une " l'orbiteur magnétosphérique " chargée d'étudier le champ magnétique sera placée en orbite elliptique. L'autre " l'orbiteur planétaire ", chargée de prendre des photos de la surface sera placée sur une trajectoire circulaire de rayon  $r = 3,5 \cdot 10^3$  km. La masse de Mercure  $M = 3,3 \cdot 10^{23}$  kg.

On s'intéresse à l'orbiteur planétaire, de masse  $m$ , et on fait les hypothèses simplificatrices suivantes:

La planète Mercure est à répartition sphérique de masse. Le référentiel mercurocentrique utilisé est galiléen. L'orbiteur planétaire décrit une trajectoire circulaire et il n'est soumis qu'à l'attraction de Mercure.

1.

1.1 Enoncer la loi de gravitation universelle.

1.2 Ecrire l'expression de l'intensité de la force gravitationnelle exercée par Mercure sur l'orbiteur.

1.3 Représenter sur un schéma cette force.

Satellite	Intelsat V	Cosmos 1970	Fen Yun 1	USA 35	Spot 2
$T$	23h56 min	11h14min	102,8 min	12h	101,55 min
$h$ (km)	$3,58 \cdot 10^4$	$1,91 \cdot 10^4$	900	$2,02 \cdot 10^4$	820
$T^2$ ( $10^8$ s <sup>2</sup> )					
$r^3$ ( $10^{21}$ m <sup>3</sup> )					
$\frac{T^2}{r^3}$					

1.4 L'orbiteur exerce t-il une force sur Mercure ? Si oui la valeur est-elle plus petite, égale ou plus grande que celle de la force exercée par Mercure sur l'orbiteur ? Justifier.

2. Le mouvement de l'orbiteur est circulaire :

2.1 montrer qu'il est uniforme

2.2 établir en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $r$  l'expression littérale de :

2.2.1 la vitesse  $v$  de l'orbiteur.

2.2.2 La période  $T$  de l'orbiteur.

2.2.3 calculer  $v$  et  $T$ .

3. La forme complexe de la trajectoire d'approche a pour but de mettre l'orbiteur en orbite polaire, c'est à dire dans le plan contenant l'axe polaire de mercure. Quel est l'intérêt de cette situation pour l'orbiteur planétaire ?

## EXERCICE 9

### 3<sup>ème</sup> loi de Kepler

1. Jupiter, comme la terre sont des planètes du système solaire. Elles tournent autour du soleil de masse  $M_S$  sur des orbites quasiment circulaires de rayons  $R_S$  et  $R_T$ . La force responsable de ses mouvements est la force de gravitation universelle d'intensité :  $F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d_{12}^2}$  (1)

Que représente  $G$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  et  $d_{12}$  dans la formule (1) ?

Quel est le référentiel utilisé pour fournir les données du tableau (A) ?

	Période T en jours	Rayon de l'orbite en $10^6$ km
Terre	$T_T = 365$	$R_T = 150$
Jupiter	$T_J = 4333$	$R_J$

Tableau (A)

  
Docs à portée de main

	IO	EUROPE	GANYMEDE	CALLISTO
Période T en heures	42,5	85,2	172	400
Rayon de l'orbite r ( $10^6$ km)	0,42	0,67	1,07	1,88
$T^2$ ( $10^{11}$ s <sup>2</sup> )	0,23	0,94	3,8	20,64
$r^3$ ( $10^{26}$ m <sup>3</sup> )	0,74	3	12,2	66,4

Dans ce référentiel établir l'expression de la période  $T_T$  du mouvement de la terre sur son orbite en fonction de  $G$ ,  $M_S$  et  $R_T$ .

Calculer la valeur du rapport  $\frac{T_T^2}{R_T^3}$ .

Ecrire l'expression de la période  $T_J$  du mouvement de Jupiter sur son orbite en fonction de  $G$ ,  $M_S$  et  $R_J$ . En déduire la valeur de  $R_J$ .

2. Jupiter possède des satellites qui tournent autour d'elle sur des orbites considérées comme circulaires de rayon r.

Données :

Tableau (B)

2.1 Quel est le référentiel utilisé pour fournir les données du tableau (B) ?

2.2 Dans ce référentiel, donner l'expression littérale de la période d'un satellite en fonction de  $G$ ,  $M_J$  (masse de Jupiter) et de r.

2.3 Représenter le graphe donnant les variations de  $T^2$  en fonction de  $r^3$ .

Echelle : 1 cm  $\leftrightarrow$   $10^{11}$  s<sup>2</sup> ; 1 cm  $\leftrightarrow$   $4 \cdot 10^{26}$  m<sup>3</sup>.

2.4 Utiliser le graphe pour calculer la masse de Jupiter.

On donne :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI.