



DEVOIR DE NIVEAU N° 1 MATHÉMATIQUES Tle D

Date : 07/11/2022
Durée : 2 Heures

EXERCICE 1 : (4 points)

f et g sont deux fonctions de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Ecris le numéro de chacune des propositions suivantes suivi de Vrai ou Faux selon que cette proposition est vraie ou fausse.

1. Si $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow -1} (f + g)(x) = -\infty$
2. Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f \times g)(x) = 0$
3. Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f + g)(x) = 0$
4. Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{f}\right)(x) = -\infty$
5. Si $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 2022$ alors $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{f}{g}\right)(x) = -\infty$
6. Si $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -\infty$ alors $\lim_{x \rightarrow 0} (-7 \times g)(x) = +\infty$
7. Si $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = f(5)$, alors f est continue en 5.
8. Si f est définie en 4 alors f est prolongeable par continuité en 4.

EXERCICE 2 : (3 points)

Calcule en justifiant clairement chacune des limites suivantes :

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5x - 3} - x$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2x}{x - 1}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4 \cos x - 2\sqrt{2}}{4x - \pi}$

EXERCICE 3 : (4 points)

1. Dans chacun des cas suivants, étudie la continuité de f en a ; f fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

- a) $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x+3} & \text{si } x \geq -3 \\ f(x) = \frac{1}{x+1} & \text{si } x < -3 \end{cases}; a = -3$
- b) $\begin{cases} f(x) = 2x^2 + 3x - 1 & \text{si } x < 1 \\ f(x) = x^2 + 3 & \text{si } x > 1; a = 1 \\ f(1) = 4 \end{cases}$

2. Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = \frac{4-x^2}{2-x}$

- a) Justifie que g est prolongeable par continuité en $a = 2$.
- b) Détermine ce prolongement par continuité en $a = 2$.

EXERCICE 4 (4 points)

Le plan est muni d'un repère (O, I, J) .

(C_f) et (C_g) désignent les courbes représentatives dans (O, I, J) des fonctions f et g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définies par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x+1} & \text{si } x \geq -1 \\ f(x) = x^3 - 2x & \text{si } x < -1 \end{cases} \text{ et } g(x) = \frac{x^2+x-7}{x-2}$$

1. a) Justifie que (C_f) admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OJ) .
 b) Justifie que (C_f) admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction celle de (OI) .
2. Justifie que la droite (Δ) d'équation $x = 2$ est une asymptote verticale à (C_g)
3. a) Démontre que $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}, g(x) = x + 3 - \frac{1}{x-2}$.
 b) Calcule la limite de $g(x) - (x + 3)$ en $-\infty$ et en $+\infty$ puis interprète graphiquement les résultats obtenus.

EXERCICE 5 : (5 points)

Deux chasseurs Sinaly et Kamara aperçoivent ensemble un lièvre. Habilleusement, Sinaly atteint et tue 5 lièvres sur 6 et Kamara atteint et tue 4 lièvres sur 5.

Kamara, plus rapide que Sinaly arme et tire le premier. Si Kamara manque le lièvre alors les chances de Sinaly de le tuer se trouvent diminuées de moitié.

Observant de très près cette scène, le fils aîné de Sinaly est persuadé que ce lièvre n'a aucune chance d'échapper aux chasseurs.

A l'aide de tes connaissances mathématiques et par un raisonnement bien argumenté, dis si le fils aîné de Sinaly a raison de penser ainsi.