COMPOSITION DE FIN DE TRIMESTRE

DECEMBRE 2022

MATHEMATIQUES TERMINALE D

SERIE D

EXERCICE 1 (2 points)

Ecris sur ta feuille de copie, le numéro de chaque proposition suivi de **Vrai** si la proposition est vraie ou de **Faux** si elle est fausse.

No	Propositions
1	Si une fonction f est dérivable à gauche et à droite en un point a alors f est dérivable en a . ✓
2	Soit f une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I , (C) sa courbe représentative dans un repère, a un élément de I et le point $A(a; f(a))$. Si f'' s'annule en a en changeant de signe alors (C) traverse sa tangente en A .
3	Si la fonction F est une primitive de la fonction f sur un intervalle I alors $F + \pi$ est aussi une primitive de f sur I .
4	Si f est une fonction numérique vérifiant : $\forall x \in [0; +\infty[$, $f(x) \geq \sqrt{x}$, alors $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. ✓

EXERCICE 2 (2 points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, les informations des colonnes A, B et C permettent d'obtenir trois affirmations dont une seule est vraie.

Ecris, sur ta feuille de copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre de la colonne qui donne l'affirmation vraie.

No	Enoncés	A	B	C												
1	Si $ f(x) - 2 \leq \frac{3}{1+\sqrt{x}}$ pour tout nombre réel strictement positif x , alors la limite de f en $+\infty$ est égale à ...	3	2	0 ✓												
2	La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau ci-dessous : <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>$P(X=x_i)$</td> <td>0,2</td> <td>0,3</td> <td>0,1</td> <td>0,2</td> <td>0,2</td> </tr> </table> Soit F la fonction de répartition de X . On a $F(3,5) =$	x_i	1	2	3	4	5	$P(X=x_i)$	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2	0,1	1	0,6
x_i	1	2	3	4	5											
$P(X=x_i)$	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2											
3	La fonction f définie sur $]0; \frac{\pi}{4}[$ par $f(x) = \sqrt{\cos 2x}$ a pour dérivée f' telle que $f'(x) = \dots$	$\frac{-\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$	$\frac{-\sin 2x}{2\sqrt{\cos 2x}}$	$\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos 2x}}$												
4	Soit $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$. Une primitive sur $[0; +\infty[$ de f est la fonction F définie sur $[0; +\infty[$ par $F(x) = \dots$	$2\sqrt{x^3+1}$	$\frac{2\sqrt{x^3+1}}{3}$	$\sqrt{x^3+1}$												

EXERCICE 3 (3 points)

On donne la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = \frac{\sqrt{x}-x}{x-1}$.

On désigne par (C) la représentation graphique de g dans le plan muni d'un repère (O, I, J)

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_g de g .
- 2) Calcule la limite de g en 1.
- 3) Peut-on prolonger g par continuité en 1 ? Si oui donne le prolongement.
- 4) Calcule la limite à droite de $\frac{g(x)}{x}$ en 0. interprétation graphiquement le résultat.

EXERCICE 4 (4 points)

Une enquête a été réalisée auprès des élèves du lycée moderne 2 ABOBO afin de connaître leur point de vue sur la durée de la pause de midi ainsi que sur l'extension des cours au mercredi après-midi.

L'enquête révèle que 60% des élèves sont favorables à une pause plus longue le midi et parmi ceux-ci 90% sont pour l'extension des cours au mercredi après-midi.

Parmi ceux qui ne veulent pas de pause plus longue le midi, seulement 5% sont pour une extension des cours au mercredi après-midi.

On choisit un élève au hasard dans le lycée et on considère les événements suivants :

A : « l'élève choisi est favorable à une pause plus longue »

B : « l'élève choisi est favorable à l'extension des cours au mercredi après-midi »

- 1) a- Construis un arbre pondéré décrivant la situation.
b- Calcule $P(A \cap B)$
c- Justifie que $P(B) = 0,56$.
d- Calcule la probabilité que l'élève choisi soit favorable à une pause plus longue le midi sachant qu'il souhaite l'extension des cours au mercredi après-midi.
- 2) On interroge successivement et de façon indépendante cinq personnes prises au hasard parmi les élèves de l'établissement.
Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre d'élèves favorables à l'extension des cours au mercredi après-midi. On considère que X suit une loi binomiale.
 - a- Précise les paramètres de cette loi binomiale.
 - b- Calcule la probabilité qu'exactement deux des élèves interrogés soient favorables à l'extension des cours au mercredi après-midi.
 - c- Calcule la probabilité qu'au moins un des élèves interrogés soit favorable à l'extension des cours au mercredi après-midi.

EXERCICE 5 (4 points)

On donne la fonction f définie sur $[2; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J).

- 1) Calcule la limite de f en $+\infty$.

- 2) Justifie que (C) admet en son point d'abscisse 2 une demi-tangente verticale.
- 3) On admet que f est dérivable sur $]2; +\infty[$.
 - a- Calcule la dérivée f' de f .
 - b- Dresse le tableau de variation de f .
- a- Démontre que f est une bijection de $]2; +\infty[$ dans un intervalle J que l'on déterminera.
- 4) On désigne par f^{-1} la bijection réciproque de f et par (C') la courbe représentative de f^{-1} dans le repère (O, I, J) .
 - a- Démontre que f^{-1} est dérivable en $\sqrt{15}$ et calcule $(f^{-1})'(\sqrt{15})$.
 - b- Dresse le tableau de variation de f^{-1} .
- 5) a- Démontre que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote oblique à (C).
 - b- Construis (C) et (C') .

EXERCICE (5 points)

Madame Kouassi, une amie de ta mère, possède une petite unité de production de pains sucrés. Tous les pains produits sont vendus. Une étude a permis d'établir que le résultat financier (recette - dépenses), en milliers de francs, obtenu par la vente de x centaines de pains est : $R(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ x est compris entre 1 et 3. Il y a bénéfice lorsque $R(x)$ est positif et perte lorsque $R(x)$ est négatif.

Madame Kouassi veut savoir la quantité minimale de pains à produire afin que son entreprise réalise un bénéfice. On suppose que toute la production est vendue.

A l'aide d'une production argumentée basée sur tes connaissances mathématiques, réponds à la préoccupation de madame Kouassi.