

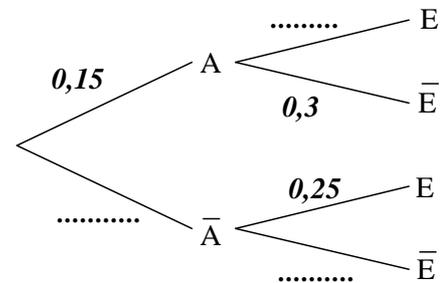
DEVOIR N10 : TERMINALE D Avril 2008

Exercice 1- 5pts

Cet exercice est un Q.C.M Pour chaque question , une seule réponse est exacte on vous demande de recopier la réponse qui vous paraît exacte , aucune justification n'est demandé.

Une réponse exacte rapporte 1 point , une réponse inexacte enlève 0,5 point .l'absence de réponse n'enlève Ni n'ajoute de points . Si le total des points est négatif la note attribuée à l'exercice sera 0.

I. On considère l'arbre de probabilité suivant, dans lequel \bar{A} et \bar{E} , sont les événements contraires respectivement des événements A et E



1. La probabilité de l'événement $A \cap E$ est :
 a. 0,85 b. 0,105 c. 0,1425
2. La probabilité de l'événement E est :
 a. 0,2125 b. 0,95 c. 0,3175

II

On place 300 € à intérêts composés au taux annuel de 4 % .
 à l'aide du tableau ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

1. Dans la cellule C_3 , on a entré une formule que l'on a recopié vers le bas cette formule est :
 a. $=C2*(1+B2/100)$ b. $=C2*(1+B2/100)$
 c. $=C2*(1+B2/100)$
2. Les intérêts , arrondis au centime d'euro, acquis du bout de 7 ans s'élèvent à :
 a. **94,78** b. **379,78** c. **394,78**

	A	B	C
1	Année n	Taux	Capital
2	0	4	300
3	1		312
4	2		324,48
5	3		337,4592
6	4		350,957568
7	5		364,995871
8	6		379,595706
9	7		394,779534
10	8		410,570715

III

L'inéquation $e^{x-3} \leq 4$ a pour ensemble de solution dans \mathbb{R} :

- a. $S =]-\infty; 4 + \ln(3)]$ b. $S =]-\infty; 7]$ c. $S =]-\infty; 3 + \ln(4)]$.

Exercice 2 : 5 points

Hélène est salariée de la même entreprise depuis maintenant quinze ans . Elle regarde l'évolution de son salaire qui dépend à la fois de la variation des cotisations , des changements d'échelons et des augmentations occasionnelles . Elle observe les résultats suivants sur les huit dernières années.

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Salaire mensuel moyen y_i	1650	1725	1740	1750	1825	1850	1950	1960

1. Tracer le nuage de points associé à cette série statistique dans un repère d'unités graphiques :
 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 2 cm pour 100€ sur l'axe des ordonnées
 (graduer l'axe des ordonnées de 1600 €).
2. a. Déterminer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère précédent .
 b. Avec la calculatrice , déterminer une équation de la droite (Δ) d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés : les coefficients de l'équation seront arrondis à l'unité.
 c. Tracer la droite (Δ) dans le repère de la question 1.
3. On considère que cette droite permet un ajustement de la série statistique valable jusqu'en 20015.
 a. Estimer , à l'aide du graphique, le salaire moyen mensuel d'Hélène en 2010 en laissant apparents sur le graphique les traits de construction (arrondir à la dizaine d'euros).
 b. son salaire atteindra-t-il 2400 € avant 2015 ? justifier la réponse .



Exercice 3 : 5 points

Partie A

Sur la figure 1 donnée en annexe (rendre avec la copie), on a tracé les droites :

d_1 d'équation $y = 5$; d_2 d'équation $y = -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21}$;

d_3 d'équation $y = -x + 17$; d_4 d'équation $x = 4$

Déterminer graphiquement, hachurant la partie du plan qui ne convient pas, l'ensemble des points M

du plan dont les coordonnées $(x; y)$ vérifiant le système suivant :

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 5 \\ y \leq -x + 17 \\ y \leq -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} \end{cases}$$


Partie B

Les propriétaires d'un magasin situé en bord de mer souhaitent acheter des planches à voile pour les proposer à la location. Ils doivent acheter deux types de planche à voile :

- des planches, au coût unitaire de 900 €, destinées aux débutants ;
- des planches, au coût unitaire de 2 100 €, destinées aux utilisateurs confirmés.

Les contraintes sont les suivantes :

- Ils doivent avoir au moins 4 planches pour débutants et 5 planches pour utilisateurs confirmés.
- Pour des raisons de difficulté de stockage, ils ne peuvent acheter au maximum que 17 planches.
- Le budget maximum pour l'achat de l'ensemble des planches est de 25 000 €

On note x le nombre de planches pour débutants et y le nombre de planches pour utilisateurs confirmés achetées par les propriétaires.

1. Justifier que les contraintes d'achat sont caractérisées par le système de la partie A avec x et y entiers.
2. Le magasin peut-il acheter 6 planches pour débutants et 10 planches pour utilisateurs confirmés ?

Justifier la réponse

3. Les planches pour débutants seront louées 15 € l'heure ; les planches pour utilisateurs confirmés seront louées 20 € l'heure.

On suppose que toutes les planches seront louées.

- a. Exprimer, en fonction de x et y le chiffre d'affaire horaire R du magasin.
- b. Les propriétaires souhaitent déterminer le couple $(x; y)$ qui fournira le chiffre d'affaire horaire maximum. À l'aide d'un tableur, ils obtiennent la feuille de calcul donnée en annexe.

Parmi les formules suivantes, indiquer celle qui est à saisir dans la cellule B2 afin de compléter le tableau par recopie :

Formule 1 : $=15*A\$2+20*B\1 Formule 2 : $=15*A\$2+20*B1$ Formule 3 : $=15*A2+20*B\$1$

- c. Donner, parmi les couples $(x; y)$ qui vérifient les contraintes, celui qui correspond au chiffre d'affaire maximum. Quel est ce chiffre d'affaire maximum?

Exercice 4 ; 5 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur $[0;15]$ par : $f(x) = 2\ln(x+1) + 1$

1. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0;15]$.
 - a. Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur l'intervalle $[0;15]$
 - b. Etablir le tableau de variation de f sur l'intervalle $[0;15]$

2. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir au dixième).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(x)$			3,2		4,2	4,6	4,9	5,2			5,8		6,1	6,3		

3. Tracer la courbe C représentative de la fonction f dans un repère orthonormal (unité : 1cm)
4. Soit D la droite d'équation : $y = 0,8x$. Tracer la droite (D) dans le repère précédent.

Partie B

Une entreprise fabrique des pièces pour avion. on note x le nombre de pièces fabriquées par mois ($0 \leq x \leq 15$).

Chaque mois, les coûts de production, exprimés en milliers d'euros, sont donnés par :

$$f(x) = 2\ln(x+1) + 1.$$

Le prix de vente d'une pièce est 0,8 milliers d'euros.

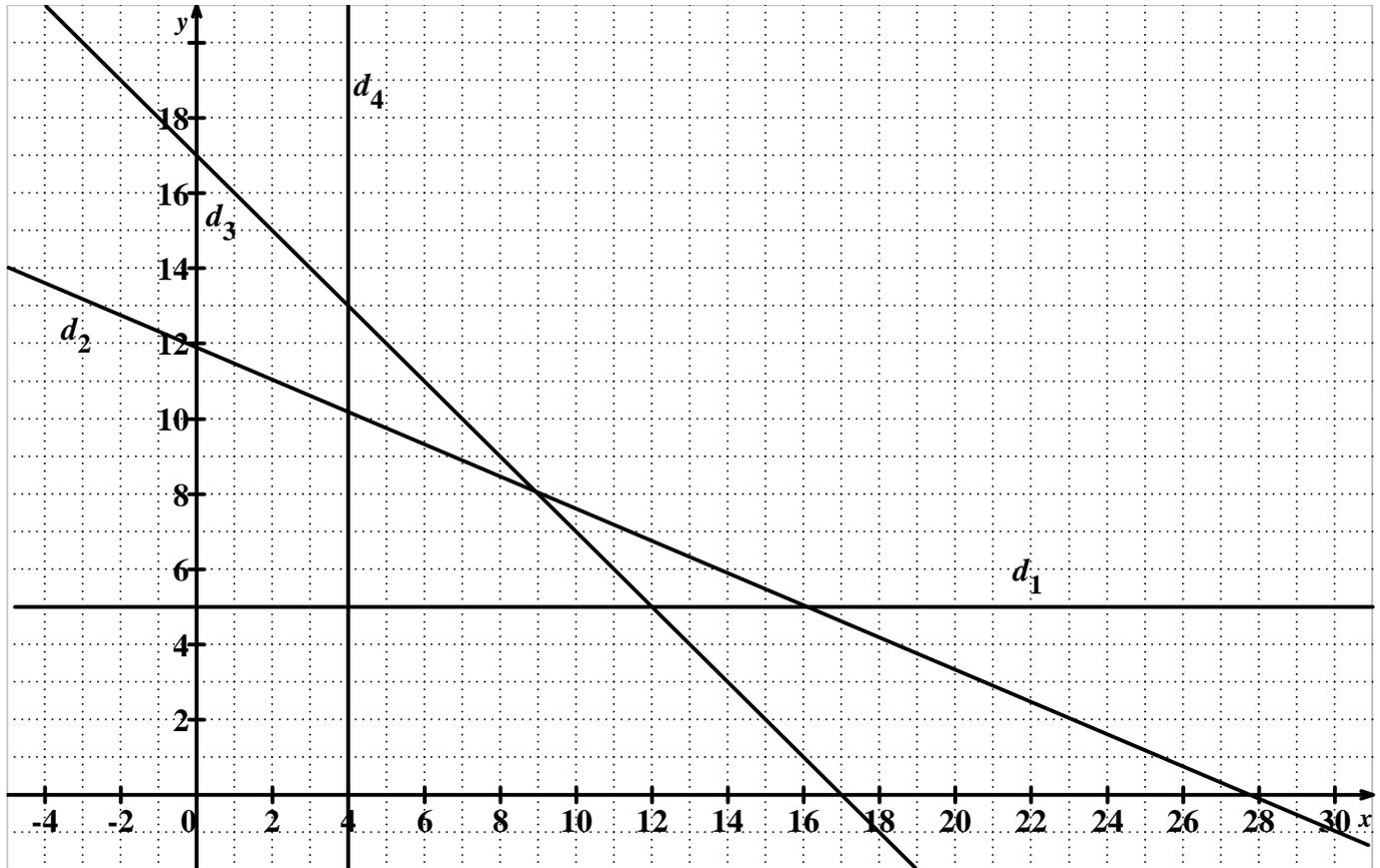
1. Si l'entreprise vend x pièces, déterminer la recette exprimée en milliers d'euros.
2. Vérifier que le bénéfice mensuel est : $B(x) = 0,8x - 1 - 2\ln(x+1)$.
3. Calculer une valeur approchée de $B(3)$ et $B(14)$, puis préciser pour chacun de ces cas si l'entreprise

est bénéficiaire .

4. En justifiant graphiquement la réponse, donner le nombre minimal de pièces qu'il faut fabriquer et vendre Pour que l'entreprise soit bénéficiaire .

Annexe
A rendre avec la copie

Exercice 3



Question 3.b : feuille de calcul

	A	B	C	D	E	E	G	H
1	x/y	5	6	7	8	9	10	11
2	4	160	180	200	220	240	260	280
3	5	175	195	215	235	255	275	295
4	6	190	210	230	250	270	290	310
5	7	205	225	245	265	285	305	325
6	8	220	240	260	280	300	320	340
7	9	235	255	275	295	315	335	355
8	10	250	270	290	310	330	350	370
9	11	265	285	305	325	345	365	385
10	12	280	300	320	340	360	380	400

Exercice 1

I

1. La probabilité de l'événement $A \cap E$ est **b. 0,105**

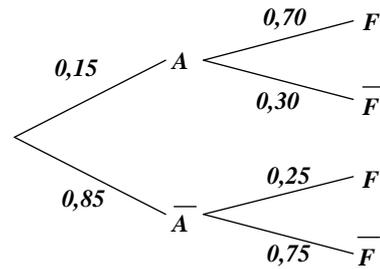
$$p(A \cap E) = p(A) \times p_A(E) = 0,15 \times 0,7 = 0,105.$$

2. La probabilité de l'événement E est **c. 0,3175**

A et \bar{A} forment une partition de l'univers .

D'après la formule des probabilités totales

$$p(E) = p(A \cap E) + p(\bar{A} \cap E) = 0,105 + 0,85 \times 0,25 = 0,3175$$



II

1. $C_3 = C_2 \times 1,04 = C_2 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)$



Dans la cellule C_3 , on a entré une formule que l'on a recopiée vers le bas. Cette formule est :

$$= C_2 * (1 + \$B\$2/100) . \text{ « \$B\$2 » permet de faire référence toujours à la même cellule B2}$$

Pour recopier la formule vers le bas , il ne faut pas mettre de dollar pour C_2 (car il doit se changer en $C_3; C_4 \dots$ mais il en faut pour B_2 reste égal à 4 pour chaque calcul . **réponse a**

2. Au bout de 7 ans le capital est de 394,78 . le capital initial était de 300 € On a donc $C_7 = 300 + I_7$,

D'où $I_7 = C_7 - 300 = 394,78 - 300 = 94,78$. Les intérêts , arrondis au centime d'euro ,

acquis au bout de 7 ans s'élève à . **réponse. a**

III

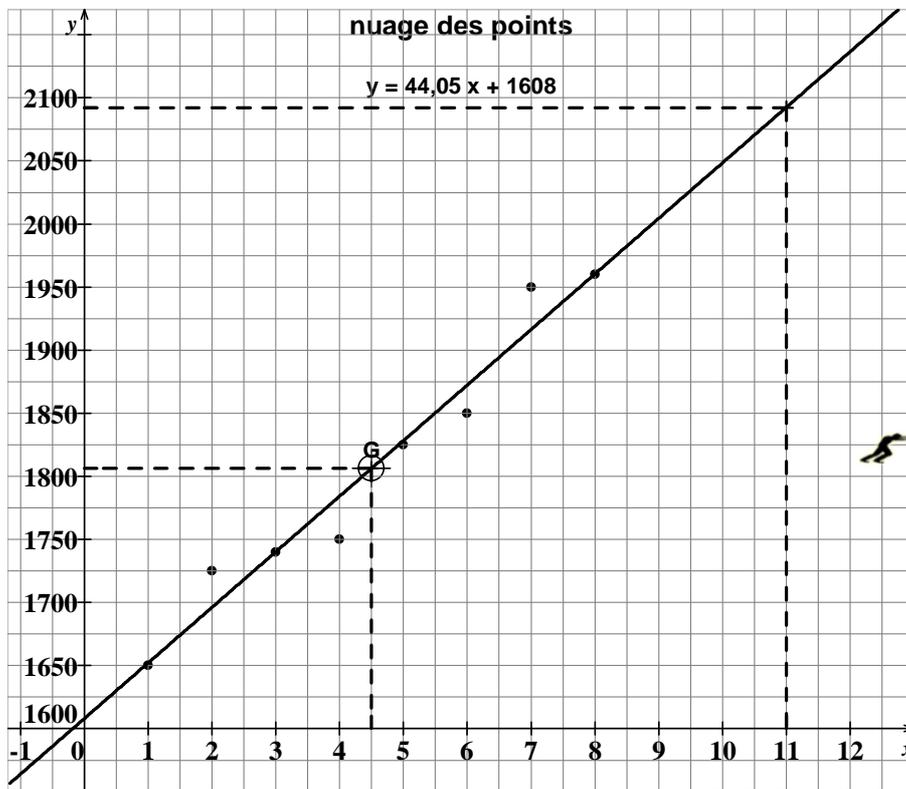
L'inéquation $e^{x-3} \leq 4$ a pour ensemble de solution dans \mathbb{R} est : **réponse c. S =]-∞; 3 + ln(4)].**

$$e^{x-3} \leq 4 \Leftrightarrow \ln(e^{x-3}) \leq \ln 4 \Leftrightarrow x - 3 \leq \ln 4 \quad x \leq 3 + \ln(4)$$

car la fonction ln est une fonction croissante sur $]0; +\infty[$.

Exercice 2

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Salaire mensuel moyen y_i	1650	1725	1740	1750	1825	1850	1950	1960



2. a. le point G moyen a pour coordonnées $(\bar{x}; \bar{y}) : \bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8}{8} = 4,5$

$$\bar{y} = \frac{1650+1725+1740+1750+1825+1850+1950+1960}{8} = 1806,25.$$

G a pour coordonnées (4,5;1806,25).

b. Avec la calculatrice , déterminer une équation de la droite (Δ) d'ajustement de y en x de ce nuage de points par la méthode des moindres carrés $y = 44x + 1608$.

Les coefficients de l'équation sont arrondis à l'unité .

3. Le rang l'année 2010 est 11 . CF graphique pour le trait de construction .

A l'aide du graphique , le salaire moyen mensuel d'Hélène en 2010 est estimé à 2090 €

b. Son salaire atteindra -t-il 2400 en 20015 ?

$$4x + 1608 \geq 2400$$

$$44x \geq 792 \quad 18 \text{ correspond au rang de l'année 2017}$$

$$x \geq 18$$

Le salaire d'Hélène ne dépassera pas les 2400 € avant 2015 .

Exercice 3

1. Sur la figure 1 donnée en annexe (rendre avec la copie), on a tracé les droites :

$$d_1 \text{ d'équation } y = 5 \quad ; \quad d_2 \text{ d'équation } y = -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} ;$$

$$d_3 \text{ d'équation } y = -x + 17 \quad ; \quad d_4 \text{ d'équation } x = 4$$

Soit S l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x; y)$ vérifiant le système suivant :

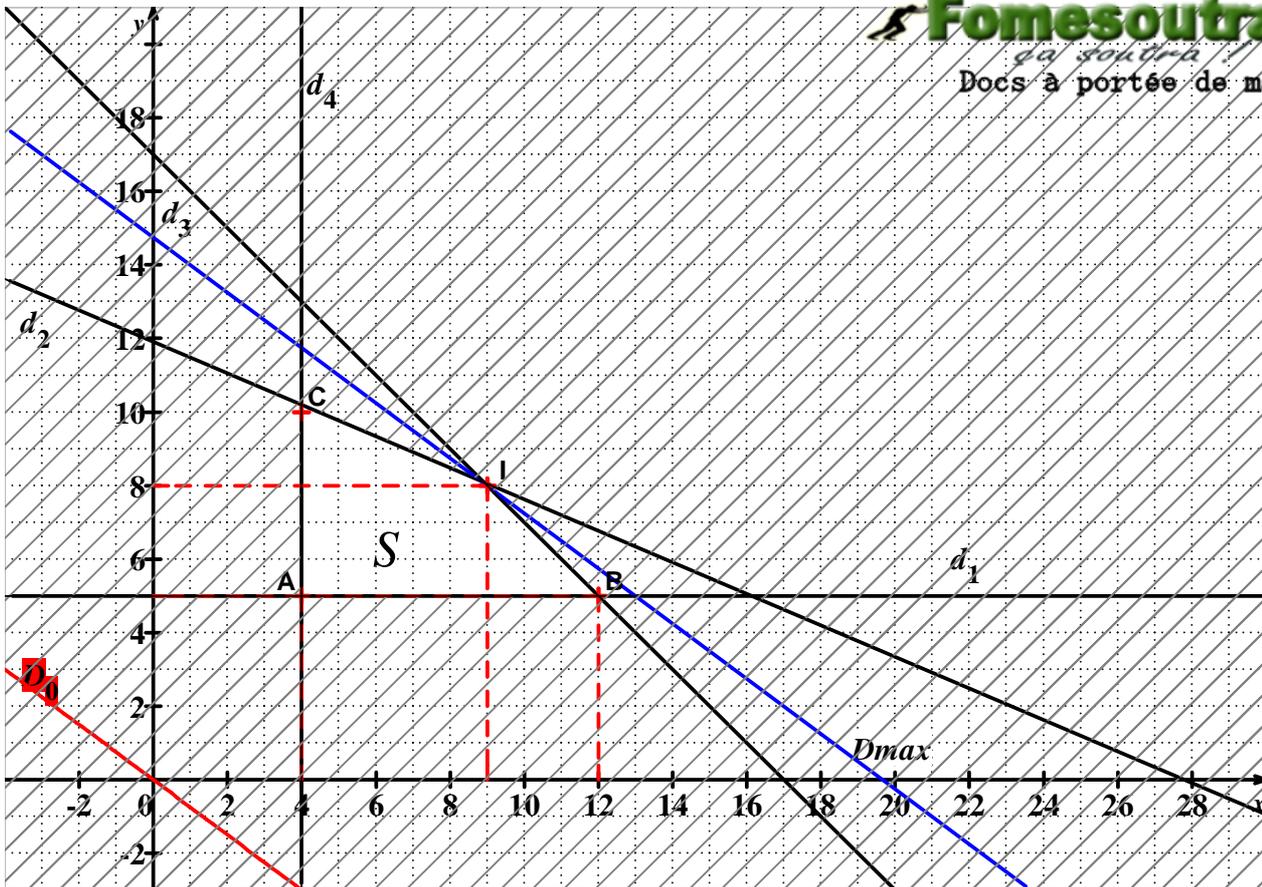
$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 5 \\ y \leq -x + 17 \\ y \leq -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} \end{cases}$$

.Le point O des coordonnées $(0;0)$ n'appartient pas aux demi-plan d'inéquations :

$y \geq 5$ délimité par d_3 et $x \geq 4$ délimité par d_4 (car $0 \leq 5$ et $0 \leq 4$). et appartient aux demi-plans d'inéquations

$$y \leq -x + 17 \text{ délimité par } d_3 \text{ et } y \leq -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} \text{ délimité par } d_2. \text{ (car } 0 \leq -0 + 17 \text{ et } 0 \leq -0 + \frac{250}{21}$$

Solution : Voir sur le graphique la **partie non-hachurée, frontière comprises**.



Partie B

1. on note x le nombre de planches pour débutants et y le nombre de planches pour utilisateurs confirmés achetées pour les propriétaires .Or il doivent avoir au moins 4 planches pour débutants et 5 planches Pour utilisateurs confirmés .Donc : $x \geq 4$ et $y \geq 5$.

De plus , ils ne peuvent acheter au maximum que 17 .donc $x + y \leq 17$ c'est-à-dire $y \leq -x + 17$.

Le budget maximum pour l'achat de l'ensemble des planches est de 25000 € Donc : $900x + 2100y \leq 25000$ soit $y \leq (-3/7)x + 250/21$.

Le système caractérisant les contraintes est donc
$$\begin{cases} x \geq 4 \\ y \geq 5 \\ y \leq -x + 17 \\ y \leq -\frac{3x}{7} + \frac{250}{21} \end{cases}$$
 où x et y sont des entiers .

2. On peut remarquer que le point A de coordonnées (6;10) ne se trouve pas dans le domaine non hachuré

On a : $6 \geq 4$ et $10 \geq 5$ de plus $-6 + 17 = 11$ donc $10 \leq -6 + 17$. $\frac{-3}{7} \times 6 + \frac{250}{21} = \frac{28}{3}$, donc $10 \geq \frac{-3}{7} \times 6 + \frac{250}{21}$

L'une des contraintes n'est pas respectées si on prend : $x = 6$ et $y = 10$.

Le magasin ne peut donc pas acheter 6 planches pour débutants et 10 planches pour utilisateurs confirmés.

3. On suppose que toutes les planches seront louées.

a. Soit R le chiffre d'affaire horaire du magasin .

Les planches pour débutants seront louées à 15 € l'heure ; les planches pour utilisateurs confirmés seront louées 20 € l'heure . donc $R = 15x + 20y$.

b **Remarque** : « \$A2 » indique que le calcul sera toujours effectué sur la colonne A,

« B\$1 » indique que le calcul sera toujours effectué sur la ligne B1.

« B\$B1 » indique que le calcul fait référence toujours à la même cellule B1

D'une manière générale le symbole \$ permet de faire référence toujours à la même cellule.

Lorsque l'on recopie la formule vers la droite, il ne faut pas que la colonne A contenant la valeur de x soit modifiée. Il faut donc mettre un \$ devant le A mais il ne faut pas mettre de \$ devant le B pour pouvoir changer de y . Lorsque l'on recopie la formule vers le bas, il ne faut pas que la ligne 1 contenant la valeur de y soit modifiée. Il faut donc mettre un \$ devant le 1 mais il ne faut pas mettre de \$ devant le 2 pour pouvoir changer de x . Il faut donc écrire la formule 3 : $=15*\$A2+20*B\1 .

c. On trace la droite d'équation : $0 = 15x + 20y$ c'est-à-dire $y = -(3/4)x$.

Fixons la recette $R = 15x + 20y$ du magasin $y = -\frac{3}{4}x + \frac{R}{20}$. Le principe pour trouver la recette maximum est le suivant :

Toutes les courbes recettes sont des droites de même coefficient directeur $-3/4$, elle sont donc toutes parallèles entre elles. Pour trouver la recette maximum, il suffit donc d'en tracer une quelconque, et de prendre la parallèle avec la plus grande ordonnée à l'origine qui intercepte le domaine des contraintes. la parallèle la plus « haute » telle que au moins l'un des points de cette droite vérifie les 4 contraintes C'est la droite d'équation $295 = 15x + 20y$, et elle passe par le point de coordonnées $(9;8)$.

Le point qui correspond au chiffre d'affaire maximum est le point I $(9;8)$.

Le chiffre d'affaire maximum est alors : $R_{\max} = 15 \times 9 + 20 \times 8 = 295$ et $R_{\max} = 295 \text{€}$.

Par exemple le couple $x = 8$ et $y = 9$ fournit une recette de 300 € mais est hors du domaine des contraintes : $900 \times 8 + 2100 \times 9 = 7200 + 18900 = 26100 > 25000$.

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;15]$ par : $f(x) = 2 \ln(x+1) + 1$

1. a. sur l'intervalle $[0;15]$, f est dérivable et on a :

$$f'(x) = 2 \times \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1}. \text{ Sur l'intervalle } [0;15] : x \geq 0 \text{ donc}$$

$x+1 > 0$, on en déduit que $f'(x) > 0$.

b. $f'(x) > 0$ Sur l'intervalle $[0;15]$, donc la fonction f est strictement croissante sur $[0;15]$. $f(0) = 2 \ln 1 + 1 = 1$, car $\ln 1 = 0$. $f(15) = 2 \ln(16) + 1 = 2 \ln(2^4) + 1 = 8(\ln 2) + 1$.

x	0	15
$f'(x)$	+	
$f(x)$	1	$8 \ln 2 + 1$

2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(x)$	1	2,4	3,2	3,8	4,2	4,6	4,9	5,2	5,4	5,6	5,8	6	6,1	6,3	6,4	6,5

3. voir graphique

4. Soit (D) la droite d'équation : $y = 0,8x$. (D) passe par le point $(0;0)$ et $(10;8)$.

Partie B

1. Le prix de vente d'une pièce est 0,8 milliers d'euros. Donc si l'entreprise vend x pièces, la recette sera $0,8 \times x$ milliers d'euros.

2. Le bénéfice mensuel est calculé en soustrayant de la recette, les coûts de production.

$$B(x) = R(x) - f(x) = 0,8x - f(x), \quad B(x) = 0,8x - f(x) = 0,8x - 1 - 2 \ln(x+1).$$

3. $B(3) = 0,8 \times 3 - 1 - 2 \ln(3+1) = 2,4 - 1 - 2 \ln 4 = 1,4 - 4 \ln 2 \approx -1,4$

Donc l'entreprise est déficitaire pour 3 pièces produites vendues.

$$B(14) = 0,8 \times 14 - 1 - 2 \ln 14 = 11,2 - 1 - 2 \ln 14 = 10,2 - 2 \ln 14 \approx 4,8$$

Donc l'entreprise est bénéficiaire pour 14 pièces produites vendues.

4. sur le graphique, on constate que sur l'intervalle $[0;6]$, la droite (D) est en dessous de la courbe (C_f).

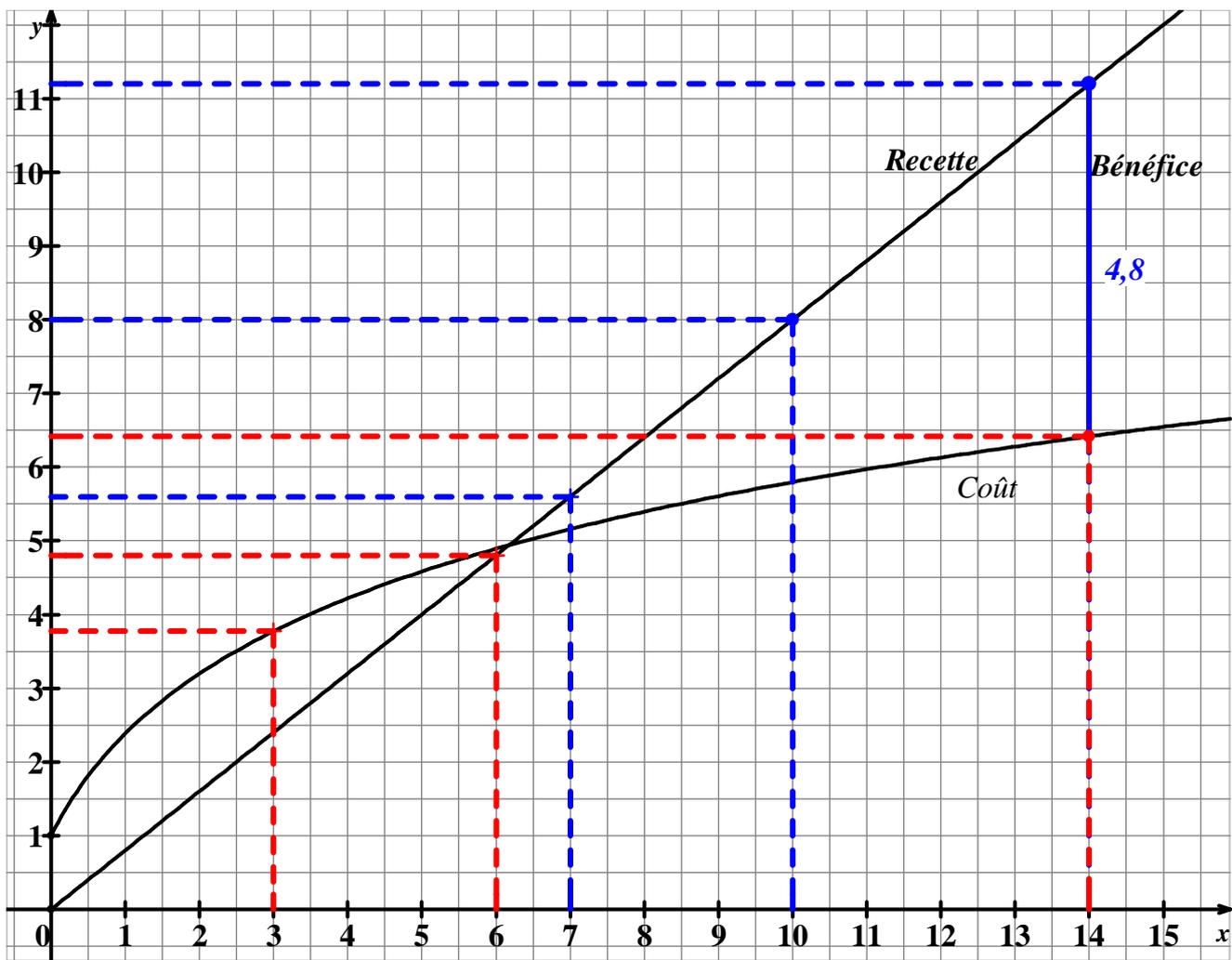
$$B(6) = 0,8 \times 6 - 1 - 2 \ln(6+1) = 4,8 - 1 - 2 \ln 7 = 3,8 - 2 \ln 7 \approx -0,89 < 0 \quad R(x) - f(x) < 0 \quad (R(x) < f(x)).$$

Donc l'entreprise dépense plus d'argent qu'elle n'en gagne. Elle est donc déficitaire.

Sur l'intervalle $[7;15]$, la droite (D) est au dessus de la courbe (C_f).

$$B(7) = 0,8 \times 7 - 1 - 2 \ln(7+1) = 5,6 - 1 - 2 \ln 8 = 4,6 - 6 \ln 2 \approx 0,44 > 0 : R(x) - f(x) > 0 \quad (R(x) > f(x))$$

la recette est donc supérieure aux coût de production. Il faut donc fabriquer et vendre un minimum de 7 pièces pour que l'entreprise soit bénéficiaire.



Fomesoutra.com
ça soutra !
 Docs à portée de main

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	5	6	7	8	9	10	11
	y							
2	4	160	180	200	220	240	260	280
3	5	175	195	215	235	255	275	295
4	6	190	210	230	250	270	290	310
5	7	205	225	245	265	285	305	325
6	8	220	240	260	280	300	320	340
7	9	235	255	275	295	315	335	355
8	10	250	270	290	310	330	350	370
9	11	265	285	305	325	345	365	385
10	12	280	300	320	340	360	380	400