

Corrigé

EXERCICE 2 (4 points)

1. Les solutions de (H) $y' + 140y = 5,88$ sont les fonctions : $z(t) = ke^{-140t}$; $k \in \mathbb{R}$.

2. a. On a donc $y(t) = ke^{-140t} + 0,042$; $k \in \mathbb{R}$, donc $y'(t) = -140ke^{-140t}$.

$$\text{D'où } -140ke^{-140t} + 140\left(ke^{-140t} + 0,042\right) = 140 \times 0,042 = 5,88.$$

Donc y est une solution de l'équation différentielle (E).

b. On a $v(t) = ke^{-140t} + 0,042$; $k \in \mathbb{R}$; $v(0) = ke^0 + 0,042 = k + 0,042 = 0 \Leftrightarrow k = -0,042$.

La fonction v est donc définie par $v(t) = -0,042e^{-140t} + 0,042 = 0,042(1 - e^{-140t})$

3. Deux utilisations de l'expression trouvée de $v(t)$.

a. Comme $\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-140t} = 0$, $\lim_{t \rightarrow +\infty} (1 - e^{-140t}) = 1 - \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-140t} = 1$.donc $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = 0,042$

b. Il faut résoudre $v(t_0) = 0,042(1 - e^{-140t_0}) = 0,95 \times 0,042 \Leftrightarrow 1 - e^{-140t_0} = 0,95 \Leftrightarrow e^{-140t_0} = 0,05$

et par croissance de la fonction $\ln$, $-140t_0 = \ln(0,05) \Leftrightarrow t_0 = -\ln(0,05)/140 \approx 0,021s$.