

Corrigé

Exercice 5

1. L'équation différentielle (H) $y' + y = 0$ est une équation différentielle de premier ordre, linéaire, de la forme : $y' = -y$ ($y' = ay$ avec $a = -1$). La solution générale de cette équation est donnée par :

$y = k e^{-x}$ avec k une constante réelle.

2. $g(x) = ax + b$ est solution de l'équation (E), $g(x)$ et $g'(x)$ vérifient l'équation (E).

Donc $g'(x) + g(x) = a + ax + b = ax + a + b = 2x$, on obtient donc $\begin{cases} a = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2 \text{ et } b = -a = -2$.

Donc $g(x) = 2x - 2$.

3.a La fonction f est une fonction dérivable comme somme des fonctions dérivables sur \mathbb{R} et

On a : $f'(x) = -ke^{-x} + 2$. $f'(x) + f(x) = -ke^{-x} + 2 + ke^{-x} + 2x - 2 = 2x$ par conséquent la fonction f est bien solution de l'équation différentielle (E).

b. $f(x) = ke^{-x} + 2x - 2$, $f(0) = 0$, $f(0) = ke^0 + 2 \times 0 - 2 = k - 2 = 0$, donc $k = 2$ et $f(x) = 2e^{-x} + 2x - 2$.

$$4. a. m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx = \frac{1}{2-0} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx = \frac{1}{2} [F(2) - F(0)]$$

Or $f(x) = 2e^{-x} + 2x - 2$, donc une primitive de f est : $F(x) = -2e^{-x} + x^2 - 2x$.

$F(2) = -2e^{-2} + 2^2 - 2 \times 2 = -2e^{-2} + 4 - 4 = -2e^{-2}$ et $F(0) = -2e^0 + 0^2 - 0 = -2$

Donc $m = \frac{1}{2} [-2e^{-2} + 2] = 1 - \frac{1}{e^2} \approx 0,86$. valeur arrondie à 10^{-2} près.

Exercice 1.

Pour chacune des quatre questions, une seule des réponses **a**, **b** ou **c** est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

Notation : une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse ou une absence