

#### EXERCICE 4

On s'intéresse au mouvement d'un mobile qui se déplace sur un axe horizontal en étant fixé à

un ressort. L'axe est muni d'un repère  $(O; \vec{i})$  l'unité étant le cm. G désigne le centre d'inertie. À

l'équilibre G et O sont confondus.

On tire de 5 cm vers la droite le mobile et on lâche. On appelle  $f(t)$  la position du mobile sur l'axe à l'instant  $t$  exprimé en secondes. Ainsi  $f(0) = 5$ . On rappelle que la vitesse du mobile à l'instant  $t$  est  $f'(t)$  (donc  $f'(0) = 0$ ).

**Les questions 1. et 2. sont indépendantes.**

**1.** On suppose, dans cette question uniquement, qu'il n'y a pas de frottements sur l'axe.

On admettra dans ce cas, que la fonction  $f$  vérifie l'équation différentielle suivante :

$$(E): y'' + 2y = 0.$$

**a.** Résoudre l'équation différentielle  $(E)$ . **b.** Déterminer la solution de  $(E)$  vérifiant  $f(0) = 5$  et  $f'(0) = 0$ .

**2.** Dans cette question, on suppose qu'il y a des frottements sur l'axe.

$$\text{On admet dans ce cas que pour } t \geq 0, \text{ on a : } f(t) = 5\sqrt{2}e^{-t} \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right).$$

**a.** Démontrer que pour tout  $t > 0$ , on a :  $-5\sqrt{2}e^{-t} \leq f(t) \leq 5\sqrt{2}e^{-t}$ .

**b.** En déduire la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ . Quel est le comportement du mobile pour  $t$  assez grand ?