

EXERCICE 13

Dans cet exercice, les trois questions peuvent être traitées de manière indépendante.

On désigne par y une fonction de la variable réelle t , définie et deux fois dérivable sur l'ensemble \mathbb{R} des nombres réels, et par y'' sa fonction dérivée seconde.

1. Résoudre l'équation différentielle $y'' + 9y = 0$.

2. On désigne par (E) l'équation différentielle : $y'' + 9y = 8 \sin t$.

a. On désigne par A un nombre réel quelconque. Vérifier que la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + A \cos(3t) + \sin t$ est une solution de l'équation différentielle (E).

b. Déterminer le nombre réel A tel que $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$.

3. On considère maintenant la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$f(t) = -\frac{1}{3} \sin(3t) + \frac{2}{3} \cos(3t) + \sin t$$

Calculer la valeur moyenne de la fonction g sur l'intervalle $[0; \pi/3]$.

EXERCICE 14

La tension u aux bornes d'un circuit électrique vérifie l'équation différentielle (E) : $u'' + 3600\pi^2 u = 0$ dans laquelle u'' désigne la dérivée seconde de la tension par rapport au temps t .

1. Résoudre l'équation différentielle (E).

2. Déterminer la solution particulière f de (E) telle que : $f\left(\frac{1}{180}\right) = 0$ et $f'(0) = -\frac{\pi}{2}$

3. a. Vérifier que, pour tout réel t , on a : $f(t) = \frac{1}{60} \cos\left(60\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$.

b. Calculer la valeur moyenne de la fonction f sur $\left[0; \frac{1}{90}\right]$.