

EXERCICE 22

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = x$, où y désigne une fonction dérivable de la variable

réelle x et y' sa dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$.
2. Déterminer les deux nombres réels a et b tels que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = ax + b$,
est solution de l'équation (E).
3. a. Le nombre k désignant une constante réelle, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
 $f(x) = ke^{-x} + x - 1$. Vérifier que la fonction f est solution de l'équation (E).
b. Déterminer le réel k pour que $f(0) = 0$.
4. Dans cette question, on prend $k = 1$.
a. Calculer la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[0 ; 2]$.
b. En déduire une valeur approchée de m à 10^{-2} près.

EXERCICE 23

Soit l'équation différentielle (E) : $y'(t) + y(t) = 8e^{3t}$ où $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer la solution homogène de $y'(t) + y(t) = 0$.
2. Déterminer la valeur de a pour que la fonction y telle que $y(t) = ae^{3t}$ soit solution de (E).
3. En déduire la solution générale de (E).

EXERCICE 24

Soit l'équation différentielle (E) : $y'(t) - 2y(t) = e^t + t$ où $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer la solution homogène de $y'(t) - 2y(t) = 0$.
2. Déterminer la valeur de a pour que la fonction g telle que $g(t) = ae^t$ soit solution de $y'(t) - 2y(t) = e^t$.
3. Déterminer a et b pour que la fonction h telle que $h(t) = at + b$ soit solution de $y'(t) - 2y(t) = t$.
4. Vérifier que $g + h$ est bien solution particulière de (E).
5. En déduire la solution générale de (E).

EXERCICE 25

On considère l'équation différentielle (E) : $(1+x)y'(x) + y(x) = \frac{1}{1+x}$ où y est une fonction de la variable réelle x , définie et dérivable sur $] -1; +\infty[$ et y' sa fonction dérivée.

1° Démontrer que les solutions sur $] -1; +\infty[$ de l'équation différentielle (E_0) : $(1+x)y'(x) + y(x) = 0$

sont les fonctions définies Par $h(x) = \frac{k}{1+x}$ où k est une constante réelle quelconque.



2° Soit g la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par : $g(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x}$

Démontrer que la fonction g est une solution particulière de l'équation différentielle (E)

3° En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E)

4° Déterminer la solution, f de l'équation différentielle (E) qui vérifie la condition initiale $f(0) = 2$.