EXERCICE 29

1) Soit l'équation différentielle : (H) : y' + y = 0 y ' = -y d'où $y = k\,e^{-x}$; $k \in \mathbb{R}$.

2) Si g(x) = a x + b est solution de l'équation (E) alors on a : a + a x + b = x pour tout $k \in \mathbb{R}$

d'où $\begin{cases} a = 1 \\ a + b = 0 \end{cases}$ donc $\begin{cases} a = 1 \\ b = -a = -1 \end{cases}$ et $g(x) = x - 1$.

3) a) $f(x) = k\,e^{-x} + x - 1$ on a $f\,'(x) = -k\,e^{-x} + 1$, donc

$f\,'(x) + f(x) = -k\,e^{-x} + 1 + k\,e^{-x} + x - 1 = x$.

pour $k \in \mathbb{R}$ on a : $f\,'(x) + f(x) = x$; et f est solution de (E) .

b) $f(x) = k\,e^{-x} + x - 1$ si $f(0) = 0$ alors $k - 1 = 0$ d'où $k = 1$

4) a) k = 1 $f(x) = e^{-x} + x - 1$. $\mu = \frac{1}{2-0}\int_0^2 f(x)dx$; $\mu = \frac{1}{2-0}\int_0^2 (e^{-x} + x - 1)dx$

$\mu = \frac{1}{2}\left[-e^{-x} + \frac{x^2}{2} - x\right]_0^2$;

$\mu = \frac{1}{2}\left[-e^{-2} + \frac{4}{2} - 2 - (-e^{0} + 0 - 0)\right]$ $\mu = \frac{1}{2}\left[-e^{-2} + 2 - 2 + 1\right]$ $\mu = \frac{1}{2}\left[1 - e^{-2}\right]$. b) m = 0,43 à 10^{-2} près par défaut.