➢ ***Problème 4***

On considère la fonction f *, définie sur l'ensemble* $\mathbb{R}$ *des nombres réels par* $f(x) = e^{2x} - 5e^{x} + 4$. *On désigne par* C_f

sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ *(unités : 2 cm en abscisse, 1 cm en ordonnée).*

Partie A : Limites aux bornes de l'ensemble de définition

1. *Montrer que la droite* D *d'équation* $y = 4$ *est asymptote à* C_f *en* $-\infty$.

2. a) *Montrer que, pour tout nombre réel* x, $f(x) = (e^{x} - 1)(e^{x} - 4)$.

   b) *En déduire la limite de* f *en* $+\infty$.

Partie B : Intersection de la courbe C_f ***avec l'axe des abscisses***

En utilisant la forme factorisée de $f(x)$ *donnée dans la partie* ***A. 2. a)****, déterminer les abscisses des points d'intersection de la courbe* C_f *avec l'axe des abscisses.*

Partie C : Etude des variations de la fonction f

1. a) *Déterminer la dérivée* f' *de la fonction* f.

   b) *Etudier le signe de* $f'(x)$ *suivant les valeurs du nombre réel* x.

2. *Montrer <u>en détaillant vos calculs</u>, que* $f\left(\ln\frac{5}{4}\right) = -\frac{9}{4}$.

3. *Déduire des questions précédentes le tableau de variations complet de la fonction* f.

4. *A l'aide du tableau de variations et du résultat acquis à la partie* ***B****, donner le tableau de signes* $f(x)$ *sur* $\mathbb{R}$.

5. *Tracer la droite* D *puis la courbe* C_f *, pour* x *appartenant à l'intervalle* $[-4\,;2]$*, dans le repère* $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Partie D : calcul d'une aire

1. *Déterminer une primitive* F *de* f *sur* $\mathbb{R}$.

2. a) *Déterminer l'aire de la partie du plan comprise entre la courbe* C_f *, l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x = 0$ *et* $x = \ln 4$. *Donner une valeur approchée au mm² près de cette aire.*