Problème 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par : $f(x) = \dfrac{x^2+7x+10}{x+1}$

On note C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$. (Unités : 1 cm par axe)

1. Calculer $f(0)$. En déduire les coordonnées du point d'intersection de la courbe C avec l'axe des ordonnées.
2. Déterminer les coordonnées des éventuels points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses.
3. Déterminer les réels *a*, *b* et *c* tels que : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$, pour tout $x \in \mathrm{R} \setminus \{-1\}$
4. Étudier les limites de f en -1^+ et en -1^-. En déduire que la courbe C admet une asymptote verticale *D* dont on précisera l'équation.
5. Étudier les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$. La courbe C admet-elle une asymptote horizontale ?
6. Démontrer que la droite Δ d'équation $y = x + 6$ est asymptote oblique à la courbe C en $+\infty$ et en $-\infty$ Préciser la position relative de C_f et de Δ.
7. Calculer la dérivée f' de f puis étudier son signe. En déduire le tableau de variation de f
8. Déterminer une équation des tangentes T_{-2} et T_{-3} aux points de la courbe C d'abscisses respectives -2 et -3.
9. Tracer, dans le repère D, Δ, T_{-2}, T_{-3} et C .(On se limitera à $[-8;-1[\cup]-1;6]$)