

➤ **Problème 7**

Soit f la fonction définie sur $I =]2, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{(x-3)^2}{x-2}$

Soit (C) la courbe représentative de f , dans un plan, muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité graphique : 2 cm sur les axes).



1° / a / Vérifier que pour tout $x \in I$: $f(x) = x - 4 + \frac{1}{x-2}$.

b / Déterminer la limite de f quand x tend vers 2; qu'en déduit-on pour la courbe (C) .

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

c / Démontrer que la droite (D_1) d'équation : $y = x - 4$ est une asymptote oblique pour la courbe (C) .

2°. a / Calculer $f'(x)$, vérifier que $f'(x) = \frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)^2}$.

b / Etudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f .

c / Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point A d'abscisse 4.

b / Construire les droites D_1 , D_2 et la tangente (T) , puis la courbe (C) .

4° / Déterminer graphiquement les solutions de l'équation : $f(x) = \frac{1}{2}$ et vérifier par le calcul quelle est bien solution de cette équation.