

Sujet 3

On note i le complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$.

Le plan est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, unité 1 cm).

1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes (les solutions seront données sous forme algébrique) : (1): $z^2 - 10z + 50 = 0$

(2): $z + 3 = i\sqrt{3}z - 6$.

2. a. Soit A le point d'affixe $z_A = 5 - 5i$.

Déterminer le module, un argument et la notation exponentielle de z_A .

b. Soit B le point d'affixe z_B , z_B étant le nombre complexe conjugué de z_A .

Déterminer la notation exponentielle de z_B , puis celle de $\frac{z_B}{z_A}$.

En déduire que B est l'image de A par une rotation de centre O dont on précisera l'angle.

Construire le triangle OAB dans le repère donné et indiquer sa nature.

3. Soit C le point d'affixe $z_C = -2 - 2i\sqrt{3}$.

Montrer que l'image de C par la rotation de centre O et d'angle $-\pi/2$ est le point D, d'affixe

$$z_D = -2\sqrt{3} + 2i.$$

Calculer la distance OC et construire avec précision le triangle OCD.

4. Soit K le milieu de [AC].

Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{OK}$ et $\overrightarrow{DB}$ puis montrer que les droites (DB) et (OK) sont

perpendiculaires. (on pourra utiliser le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v} = x_u x_v + y_u y_v$)