

Sujet 4

La plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ l'unité graphique 1 cm.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et l'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 6\sqrt{3}z + 36 = 0$$

2. On considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$z_A = -3\sqrt{3} + 3i ; z_B = -3\sqrt{3} - 3i \text{ et } z_C = -6\sqrt{3}$$

a. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes z_A et z_B .

b. Ecrire le nombre complexe z_A sous la forme $re^{i\theta}$ où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel compris entre $-\pi$ et π .

c. Placer les points A, B, C dans le plan muni du repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$

3. a. Déterminer la nature du triangle ABC.

b. En déduire que le quadrilatère OACB est un losange.

4. On appelle K le point du plan complexe tel que $z_K = i \times z_A$

a. Donner la forme algébrique, puis la forme exponentielle de z_K

b. Démontrer que le triangle OAK soit rectangle et isocèle en O.

c. Construire le point K sur la figure.