SUJET 41

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$,
on considère les points A, B et C d'affixes $z_A = 1, \quad z_B = 1+\sqrt{3}-i, \quad z_C = 3+2i\sqrt{3}$.

1. Calculer le module et un argument des nombres complexes $z_1 = z_B - z_A, \quad z_2 = z_C - z_A$.
2. Placer les points A, B et C dans le plan complexe .Montrer que le triangle ABC est rectangle en A

SUJET 42

On considère les nombres complexes $z_1 = -\sqrt{3}-i \quad z_2 = 3i\, z_1$.

1) Mettre le nombre complexe z_2 sous la forme algébrique.
2) Mettre les nombres complexes z_1 et z_2 sous la forme trigonométrique.
3) Soient A et B les points d'affixes z_1 et z_2 dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$, 4.montrer que le triangle OAB et rectangle en O.

SUJET 43

I - Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ d'unité graphique 1 cm.

On considère les nombres complexes : $z_1 = -2\sqrt{3}+2i, \quad z_2 = \dfrac{-4}{1+i}, \quad z_3 = \dfrac{z_1}{z_2}, \quad z_4 = z_1 + \overline{z_2}$

1. Mettre le nombre z_2 sous la forme algébrique.
2. Calculer le module et un argument de z_1 et z_2, en déduire leur forme trigonométrique et exponentielle .
3. Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_3.
4. Construire dans le plan complexe, les points A, B , C et D d'affixes z_1, z_2 , z_3 et z_4 en laissant les traits
   de construction sur la figure.

II - On considère les nombres complexes : $z = [3;\pi/6]$ et $z = 3-3i\sqrt{3}$

1. Déterminer la forme algébrique de z_1
2. Placer dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$ les points A et B d'affixe z_1 et z_2.
3. Déterminer la nature du triangle OAB.

SUJET 44

On considère les nombres complexes $z_1 = 3, \quad z_2 = \dfrac{3}{2} + i\dfrac{3\sqrt{3}}{2}, \quad z_3 = \overline{z_2}$, $z_4 = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$ et $z_5 = 2+2i\sqrt{3}$

d'images respectives A, B , C D et E dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$
d'unité graphique 1 cm.

1. Calculer le module et un argument de z_1, z_2 et z_3

2. Placer les points A, B, C, D et E , et montrer que le triangle ABC est un triangle isocèle en A.

3.

a. Calculer le module de z_4 et le module de z_5 .

b. Calculer un argument de z_4 et un argument de z_5.

c. Calculer la distance EF.

SUJET 45

On considère les nombres complexes : $z_1 = -3 + i\sqrt{3}$ $\quad z_2 = 1 - i$ $\quad z_3 = \dfrac{2}{z_2}$. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. Mettre le nombres z_3 sous forme algébrique .
2. Calculer le module et un argument de z_1, z_2 et z_3 et en déduire leur forme trigonométrique.
3. Placer les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et z_3.
4. Démontrer de deux façon que le triangle BOC est rectangle en O.
5. Déterminer l'affixe z_4 du point D pour que le quadrilatère OABD soit un parallélogramme.

   on mettra le nombre complexe z_4 sous la forme algébrique.

SUJET 46

le plan est muni d'un repère orthonormal $(O;\vec{u};\vec{v})$; l'unité graphique 2 cm sur les axes.

1) Placer les points *A ; B ; C* et *D* d'affixes respectives $z_A = -2 + 2i$; $z_B = 2$; $z_D = -2 - 2i$

2) ABCD parallélogramme si et seulement si $z_{\overline{AB}} = z_{\overline{DC}}$.

Calculer l'affixe z_C du point *C* tel que *ABCD* soit un parallélogramme et placer le point *C.*

On pose $z_C = 2 - 4i$

3) Soit les points *E* et *F* définis par : $z_E = i \times z_C + z_B \times (1 - i)$ et $z_F = -i \times z_C + z_D \times (1 + i)$

Mettre z_E et z_F sous forme algébrique puis placer les points *E* et *F* dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$

4) Déterminer la nature du triangle *AEF.*

SUJET 47

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O;\vec{u};\vec{v})$, d'unité graphique 2 cm.

Le nombre i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$

1. Résolution d'une équation.
(a) Développer $p(z) = (z-2-2i)(z-2+2i)(z-4i)$
(b) En déduire , dans l'ensemble C des nombres complexes , les solutions de l'équation

$$z^3 - 4(1+i)z^2 + 8(1+2i)z - 32i = 0$$

(c) Déterminer l'écriture de chacune des solutions sous la forme trigonométrique $r(\cos\theta + i\sin\theta)$

où r est un nombre réel strictement positif et θ un nombre réel.

2. Soient A, B et C les points d'affixes respectives $z_A = 2-2i$, $z_B = 2+2i$ et $z_C = 4i$.
(a) Placer les points A, B et C dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$.
(b) Placer le milieu M du segment [BC] et calculer son affixe z_M sous la forme algébrique.

3. On désigne par B′, C′ et M′ les points d'affixes respectives $z_{B'} = \dfrac{16}{z_B}$; $z_{C'} = \dfrac{16}{z_C}$ et $z_{M'} = \dfrac{16}{z_M}$
(a) Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes $z_{B'}$; $z_{C'}$ et $z_{M'}$.
(b) Placer les points B′, C′ et M′ sur la figure.

4. Quelques configurations géométriques.
(a) Calculer les modules des nombres complexes $z_{B'} - z_A$; $z_{C'} - z_A$ et $z_{M'} - z_A$.
(b) En déduire que les points B′, C′ et M′ appartiennent à un même cercle C de centre A
(c) Tracer le cercle C sur la figure et démontrer que le point O appartient au cercle C.
(d) Démontrer que le triangle AB′C′ est rectangle isocèle en A.

5.Résoudre dans C2 : $\begin{cases}(1+2i)z_1 + (2-3i)z_2 = -2-9i \\ (1-i)z_1 - (1-2i)z_2 = 7i\end{cases}$

SUJET 48

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique : 1 cm).

Partie A

Soit $P(z) = z^3 + 4z^2\sqrt{3} + 24z + 24\sqrt{3}$ où z est une variable complexe.

1. Vérifier que $P(z) = \left(z+2\sqrt{3}\right)\left(z^2 + 2z\sqrt{3} + 12\right)$.

2. Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation $z^2 + 2z\sqrt{3} + 12 = 0$.

3. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$.

Partie B

1. Placer les points *A*, *B* et *C* d'affixes respectives $z_A = -2\sqrt{3}$, $z_B = -\sqrt{3} + 3i$, $z_C = -\sqrt{3} - 3i$.

2. **a)** Déterminer le module et un argument de z_A, z_B et z_C.

b) Donner l'écriture exponentielle de z_A, z_B et z_C.

3. ***R*** est la rotation de centre *O* et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

a) Donner l'écriture complexe de la rotation ***R*** .

b) Montrer que l'image du point *A* par ***R*** est le point *B*.

c) Calculer, sous forme algébrique, l'affixe du point *D*, image du point *B* par ***R*** .

4. Soit (***C***) le cercle de diamètre [*CD*].

a) Justifier que *O* est le centre de (***C***).

b) Montrer que les points *A* et *B* appartiennent à (***C***).

c) En déduire la nature des triangles *CAD* et *CBD*.