



DEVOIR DE MATHEMATIQUES

Exercice 1 :

Choisir la ou les bonnes réponses dans chacun des cas suivants :

	a	b	c	d
1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ est égale à	0	1	$\frac{0}{2}$	-1
2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+4x)}{x}$ est égale à	$\frac{1}{1/4}$	1	$+\infty$	4
3) Le module de $(3 + 4i)^2$ est	49	25	5^2	16
4) La partie réelle de $\frac{1-i}{2-i} + \frac{3-i}{4+i}$ est	$\frac{-52}{85}$	$\frac{106}{85}$	$\frac{85}{106}$	$\frac{85}{52}$

Exercice 2 :

z et z' Sont deux nombres complexes non nuls et n un entier relatif. Réponds par Vrai ou Faux à chacun des affirmations contenues dans le tableau ci-dessous :

Affirmations	Réponses
1) z est un nombre réel équivaut à $\text{Re}(z) = 0$	
2) Le nombre -1 n'a pas de racines carrées dans $\mathbb{C}$	
3) $\arg(z \times z') = \arg(z) + \arg(z') + 2k, k \in \mathbb{Z}$	
4) $\arg(z/z') = \arg(z) - \arg(z') + 2k; k \in \mathbb{Z}$	
5) $ z^n = z ^n$	
6) $ z + z' = z + z' $	
7) $ z + z' = z \times z' $	
8) $z = -\bar{z} \Leftrightarrow z \in \mathbb{R}$	

Exercice 3:

Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - \ln x \text{ telle que :}$$

$$\forall x \in]0, \alpha[\cup]1; +\infty[, g(x) > 0$$

$$\forall x \in]\alpha, 1[, g(x) < 0 \text{ avec } 0,4 < \alpha < 0,5.$$

$$g(\alpha) = 0$$

On donne la fonction f définie sur $]0, +\infty[$

Par : $f(x) = x + \frac{2}{x} + \frac{\ln x}{x}$ et on note (C) sa courbe représentation dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est 4 cm sur (OI) et 2 cm sur (OJ).

- 1) a) Déterminer la limite de f en 0
Donne une interprétation graphique du résultat
b) Déterminer la limite de f en $+\infty$
- 2) On suppose que f est dérivable sur $]0, +\infty[$
Démontrer que pour tout nombre réel strictement positif
 $x, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
- 3) a) Démontrer que $f(\alpha) = 2\alpha + \frac{1}{\alpha}$
b) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.
- 4) a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = x$ est asymptote à (C) en $+\infty$
b) Etudier la position de (D) par rapport à (C)
c) Tracer (D) et (C) on prendra $\alpha = 0,45$ et $f(\alpha) = 3,1$

Exercice 4 :

- 1) On donne l'équation
(E) : $z \in \mathbb{C} ; z^3 - (7+i)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i) = 0$
a) Ecrire le complexe $a = \frac{3+i}{2-i}$ sous forme algébrique et vérifier que a est une solution de (E)
b) Soit $p(z) = z^3 - (7+i)z^2 + 2(8+3i)z - 10(1+i)$ l'aide de la question a fonction $p(z)$
c) Résoudre alors l'équation (E)
- 2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct (O, I, J) unité 2 cm, on donne A, B et C d'affixe respective $a = 1+i ; b = 3+i$ et $c = 3-i$
a) Faire une figure.
b) Calculer le complexe $\frac{c-b}{a-b}$ et en déduire la manière du triangle ABC
c) Soit (M) le cercle circonscrit au triangle ABC. Déterminer l'affixe de son centre K.
- 3) Soit (Δ) l'ensemble des points M d'affixe z telle que :
 $|z - 1 - i| = |z - 3 + i|$
a) Déterminer et construire (Δ)
b) Vérifier que le point D d'affixe $4 + 2i$ appartient à (Δ)
c) Déterminer l'affixe du point E intersection de (Δ) avec l'axe imaginaire pur.