

BACCALAUREAT
SESSION 2022

Coefficient : 4
Durée : 3 h

MATHEMATIQUES

SERIE G2

Cette épreuve comporte deux (02) pages numérotées 1 sur 2 et 2 sur 2.

L'usage de la calculatrice scientifique est autorisé

Le candidat recevra deux (02) feuilles de papier millimétré.

EXERCICE 1

Soit le polynôme P défini par : $P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$.

1. Vérifier que : $P(2) = 0$.
2. Montrer que : $P(x) = (x - 2)(1 - x)(1 + x)$.
3. Résoudre l'équation : $P(x) = 0$.
4. Etudier le signe de P .
5. Résoudre dans $\mathbb{R}$, chacune des équations :
 - a) $-(\ln x)^3 + 2(\ln x)^2 + \ln x - 2 = 0$;
 - b) $-e^{3x} + 2e^{2x} + e^x - 2 = 0$.

EXERCICE 2

Un magazine automobile a réalisé chaque année depuis 2010 des mesures sur l'autonomie des voitures électriques. Les résultats de l'étude sont consignés dans le tableau ci-dessous.

Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	7
Autonomie y_i (km)	137	132	160	223	230	260	320

1. Représenter graphiquement le nuage de points associé à la série double (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Unités graphiques : en abscisse, 1 cm pour 1 unité de rang ;
en ordonnée, 1 cm pour 50 km.

N.B. : Tous les résultats des questions à suivre seront arrondis au 10^{-2} près par excès.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G .
3. Calculer
 - a) La variance $V(X)$ de X .
 - b) La variance $V(Y)$ de Y .
 - c) La covariance $\text{Cov}(X, Y)$ de X et Y .
4. a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r_L entre X et Y .
b) Un ajustement linéaire est-il possible ?
5. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x .
6. En supposant la tendance maintenue, estimer l'autonomie d'une voiture électrique en 2022.

PROBLEME

Partie A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{x-1+2e^x}{e^x}$.

1.
 - a) Calculer les limites de g en $+\infty$.
 - b) Démontrer que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g(x) = xe^{-x} - e^{-x} + 2$.
 - c) Calculer les limites de g en $-\infty$.
2. On admet que g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et g' sa fonction dérivée.
 - a) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = \frac{2-x}{e^x}$.
 - b) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
 - c) Dresser le tableau de variation de g .
3.
 - a) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-\infty ; 2[$.
 - b) Montrer que $\alpha \in]-1 ; 0[$.
 - c) Donner une valeur approchée de α à 10^{-1} près.
4. Démontrer que : pour tout $x \in]-\infty ; \alpha[$, $g(x) < 0$;
pour tout $x \in]\alpha ; +\infty[$, $g(x) > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x + 1 - \frac{x}{e^x}$.

Soit $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique : 1 cm).

1.
 - a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 - b) Démontrer que tout x élément de $\mathbb{R}$, $f(x) = x(2 + \frac{1}{x} - e^{-x})$.
 - c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
2. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' sa fonction dérivée.
 - a) Démontrer que, pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $f'(x) = g(x)$.
 - b) En déduire les variations de f puis dresser son tableau de variation.
3.
 - a) Démontrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ en $+\infty$.
 - b) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D) .
4. Déterminer une équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0.
5. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
6. Tracer (D) et (T) puis construire la courbe $(\mathcal{C})$ dans le repère (O, I, J) .

CORRIGE

BAREME

Exercice 1 4 points

$$P(x) = -x^3 + 2x^2 + x - 2$$

$$1. P(2) = -2^3 + 2 \times 2^2 + 2 - 2 = 0$$

$$2. P(x) = (x-2)(-x^2+1) = (x-2)(1-x)(1+x)$$

$$3. P(x) = 0 \Leftrightarrow x-2 \text{ ou } x=1 \text{ ou } x=-1$$

Ensemble des solutions est : $\{-1; 1; 2\}$

4. Signe de $P(x)$

Tableau de signe :

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$x-2$		-	-	- 0 +	
$-x^2+1$		-	0 +	0 -	-
$P(x)$		+	-	+	-

$$\forall x \in]-\infty; -1[\cup]1; 2[; P(x) > 0$$

$$\forall x \in]-1; 1[\cup]2; +\infty[; P(x) < 0$$

$$\forall x \in \{-1; 1; 2\}; P(x) = 0$$

$$5. -(ln x)^3 + 2(ln x)^2 + ln x - 2 = 0$$

V , ensemble de validité de l'équation

$$V =]0; +\infty[$$

$$\text{En posant } X = \ln x, \text{ on a } -X^3 + 2X^2 + X - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow X_1 = 2 \text{ ou } X_2 = -1 \text{ ou } X_3 = 1$$

$$x = e^2; x = e^{-1}; x = e$$

Ensemble des solutions est : $\{e^2; e^{-1}; e\}$

CORRIGE

BAREME

6) $-2^{3x} + 2e^{2x} - 2 < 0$

Potons $2^x = x$

ona $-x^3 + 2x^2 + x - 2 < 0$

$P(x) < 0$

(-) $x \in]-1, 1[\cup]2, +\infty[$

$x > 0$; ona $0 < x < 1$ ou $x > 2$

$x < 0$ ou $x > \ln 2$

Ensemble des solutions est $]-\infty, 0[\cup]0, 1[\cup]2, +\infty[$

Exercice 2 5 points

1 - Voir papier millimétré

2. Coordonnées du point moyen G.

$G(\bar{x}, \bar{y})$

$\bar{x} = \frac{22}{7} = 3,15$; $\bar{y} = \frac{1462}{7} = 208,86$

donc $G(\bar{x}, \bar{y})$ $G(3,15, 208,86)$

3-

a) $V(x) = \frac{304}{7} - (3,15)^2 = 4,94$

b) $V(y) = \frac{334422}{7} - (208,86)^2 = 4152,07$

c. $Cov(x, y) = \frac{5581}{7} - 3,15 \times 208,86$
 $= 139,38$

4. Coefficients de corrélation linéaire

$r = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{V(x) V(y)}} = \frac{139,38}{\sqrt{4,94 \times 4152,07}} = 0,98$

0,1

1 pt

0,25 + 0,25 + 0,25

0,25

0,25

0,15

0,1

DIRECTION DES EXAMENS ET CONCOURS

SOUS-DIRECTION DES EXAMENS
ET CONCOURS SCOLAIRES

SERVICE BACCALAUREAT

BACCALAUREAT – SESSION 2022

ÉPREUVE : DATE : HEURE :

CORRIGE ET BAREME

SERIE(S) :

CORRIGE	BAREME
4) 124 on a $0,87 < r < 1$ donc un ajustement linéaire est possible.	0,5
5. Equation de droite Soit $y = ax + b$ une équation de la droite de régression de y en x. $a = \frac{\text{Cov}(x, y)}{V(x)} = \frac{139,38}{4,94} = 28,22$ $b = \bar{y} - a\bar{x} = 208,86 - 3,15 \times 28,22 = 119,97$ donc $y = 28,22x + 119,97$	0,25 + 0,25 + 0,25
6) * $x = 13$ $y = 28,22 \times 13 + 119,97$ $y = 486,93$ km.	0,5
NB. On accordera les points au candidat qui aura utilisé 6 au lieu de 7 pour 2016.	

CORRIGE

BAREME

Probleme 11 points

Partie A 5 points

1-a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + 2 = 2 \rightarrow 0,5$

b) $g(x) = (x-1+2e^x) \times e^{-x}$
 $= x e^{-x} - e^{-x} + 2 \rightarrow 0,5$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{-x} - e^{-x} + 2$
 $= \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x}(x-1) + 2 = -\infty \rightarrow 0,25$

2-a) $\forall x \in \mathbb{R} \quad g'(x) = e^{-x} - x e^{-x} + e^{-x}$
 $= 2e^{-x} - x e^{-x} = (2-x)e^{-x}$
 $= \frac{2-x}{e^x} \rightarrow 0,5$

b) $e^x > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ le signe de $g(x)$
 et celui de $2-x$ $\rightarrow 0,75$
 $\forall x \in]-\infty; 2[\quad 2-x > 0 \quad g'(x) > 0$
 g strictement croissante

$\forall x \in]2; +\infty[\quad 2-x < 0 \quad g'(x) < 0$
 g strictement décroissante.

c) tableau de variation

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	
$g(x)$	$-\infty$				2

$g(2) = \frac{1+2e^2}{e^2}$

$\rightarrow 0,5$

CORRIGE

BAREME

3. a) g est continue et strictement croissante
 sur $]-\infty; 2[$ g est bijective sur $]-\infty; 2[$
 $g(]-\infty; 2[) =]-\infty; \frac{1+2e^2}{e^2}[$ $0 \in]-\infty; \frac{1+2e^2}{e^2}[$

donc 0 admet un unique antécédent dans $]-\infty; 2[$ → 0,75

b) $g(-1) = \frac{-1-1+2e^{-1}}{e^{-1}} = \frac{-2+2e^{-1}}{e^{-1}}$

$g(0) = \frac{-1+2}{2} = 0,5$ → 0,5

$g(-1) \times g(0) < 0$ donc $\alpha \in]-1; 0[$

c)

x	-1	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5	-0,4	-0,3	-0,2	-0,1	0
$g(x)$	-	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+

$-0,4 < \alpha < -0,3$ $\alpha \approx -0,35$ → 0,25
 $\alpha \approx -0,4$

4. a) $\forall x \in]-\infty; \alpha[$ $g(x) < g(\alpha)$ α est le
 donc $g(x) < 0$ Maximum
 $\forall x \in]\alpha; +\infty[$ $g(x) > g(\alpha)$
 donc $g(x) > 0$ → 0,5

Partie B 6 points

1. a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x+1 - \frac{1}{\frac{x}{e^x}} = +\infty$ → 0,25

b) $\forall x \in \mathbb{R}$ $f(x) = x(2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x})$

$f(x) = x(2 + \frac{1}{x} - e^{-x})$ → 0,25

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x(2 + \frac{1}{x} - e^{-x}) = -\infty$ → 0,5

CORRIGE

BAREME

2 a) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} + x(-\frac{1}{x^2} + e^{-x})$

$$= 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} - \frac{1}{x} + x e^{-x}$$

$$= x e^{-x} - e^{-x} + 2 = g(x) \rightarrow 0,5$$

b) $\forall x \in]-\infty; \alpha[\quad g(x) < 0$ donc $f'(x) < 0$
donc f est strictement décroissante

$\forall x \in]\alpha; +\infty[\quad g(x) > 0$ donc $f'(x) > 0$
 f est strictement croissante

c) tableau de variation

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			$\nearrow$
		$f(\alpha)$			

3°) a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x+1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{e^x} = 0$

donc la droite d'équation $y = 2x+1$ est asymptote à (C_f) en $+\infty$

b) la position relative de (C_f) et (D) .

il s'agit signe de $f(x) - (2x+1)$
soit $-\frac{x}{e^x}$ soit $-x$

$\forall x \in]-\infty; 0[\quad (C_f)$ est au dessus de (D)

$\forall x \in]0; +\infty[\quad (C_f)$ est au dessous de (D)

CORRIGE

BAREME

4-

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$f'(0) = g(0) = -1 + 2 = 1$$

$$f(0) = 1$$

$$y = x + 1$$

→ 0,5

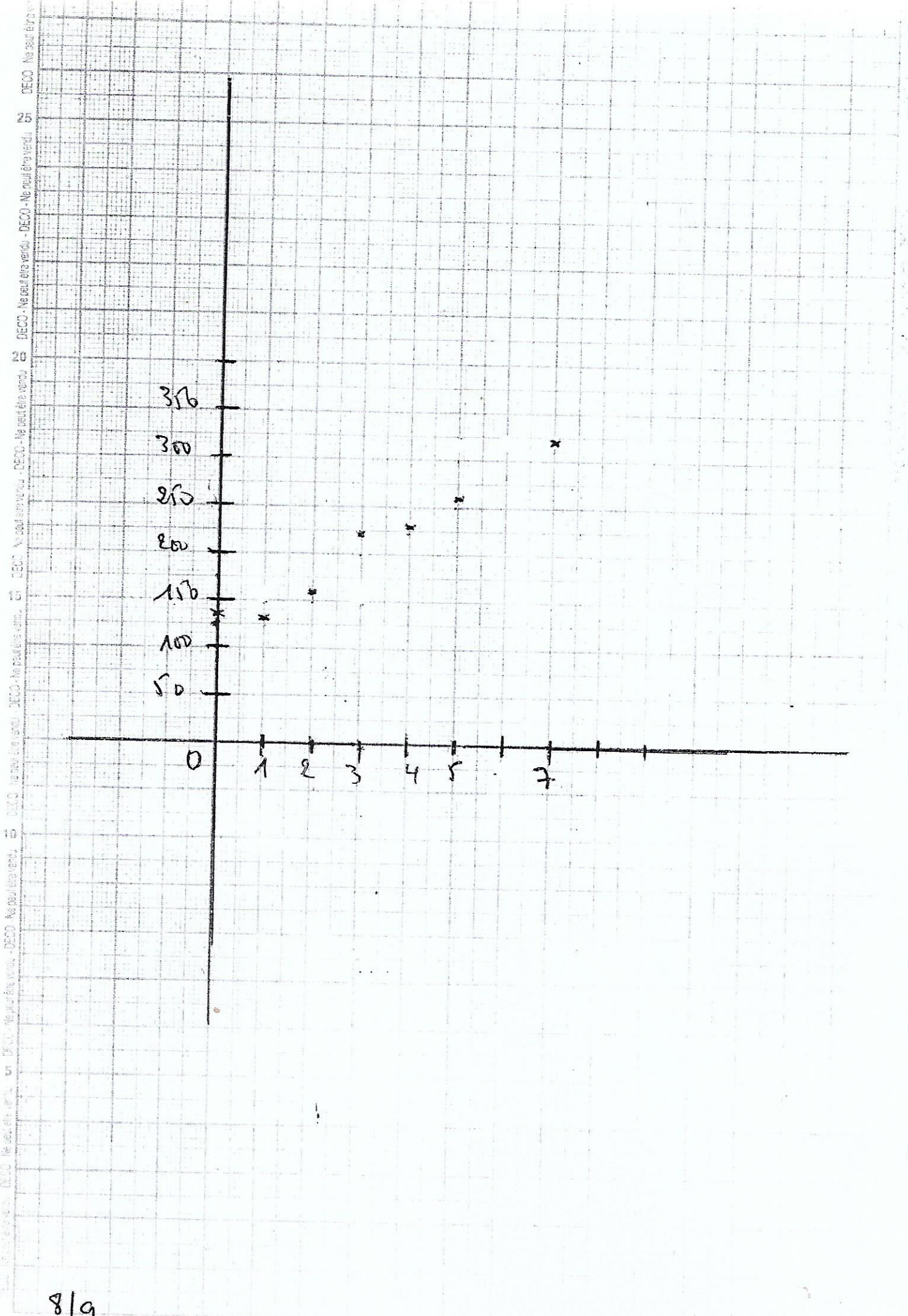
$$5 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{1}{x} - e^{-x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x} = -\infty$$

→ 0,5

($\mathcal{C}_f$) admet une BIP de direction (0,1).

6 - Voir graphique.

0,25 + 0,25 + 0,25



(T) $\rightarrow 0,25$
 (D) $\rightarrow 0,25$
 (C) $\rightarrow 0,5$