

SESSION DE REMPLACEMENT 2002

Exercice 1

On considère le polynôme P défini par $P(x) = -x^3 + 3x^2 + 13x - 15$

- a) Calculer $P(1)$
 - b) Ecrire $P(x)$ sous forme de produit de polynômes de degré 1.
- 2- Etudier le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x .
- 3- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E): $(\ln x)^3 - 3\ln(x)^2 - 13\ln(x) + 15 = 0$
- 4- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'inéquation (I): $e^{3x} + 3e^{2x} + 13e^x - 15 \geq 0$

Exercice 2

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$ et (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) d'unité le cm.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- 2- Calculer les limites de f aux bornes de D_f
- 3- Déterminer l'expression $f'(x)$ de la fonction dérivée f puis étudier son signe.
- 4- Dresser le tableau de variation de f .
- 5- Déterminer les nombres réels a , b et c tel que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$, $\forall x \in D_f$
- 6- Calculer $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (x + 2)]$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 7- Construire la courbe représentative (C) de f dans le repère (O, I, J)
- 8- Calculer l'aire A de la portion du plan limitée par la courbe (C) et les droites $y = x + 2$; $x = 1$ et $x = \frac{3}{2}$

Exercice 3

Le directeur des ressources humaines d'une société veut faire un Abonnement de presse au profit du personnel. Il a remarqué que ses agents semblent s'intéresser aux trois quotidiens suivants : La Voie, Le National Le Patriote il effectue une enquête, qui révèle que sur 100 personnes interrogées : 57 lisent Notre voie, 42 lisent le Patriote, 38 lisent le national, 22 lisent Notre Voie et le patriote, 16 lisent Le Patriote et Le National. Enfin 8 lisent les trois quotidiens.

Déterminer le nombre de personnes

- 1- qui ne lisent que :
 - a- Notre Voie et Le Patriote
 - b- Le Patriote et Le National
- 2- qui ne lisent que :
 - a - Notre Voie
 - b- Le patriote.
 - c- le National.
- 3- qui ne lisent aucun des trois quotidiens.

Exercice 4

Dans un village, des Jeunes ont décidé de créer des plantations de cacao. L'observation de l'évolution des superficies créées et des tonnages récoltés sur dix années consécutives a donné le tableau suivant :

Années	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
Superficie (ha) x_i	20	22	25	28	30	32	50	23	56	59
Tonnage y_i	70	72	75	78	82	85	90	122	130	135

- 1- Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les variables X et Y. la valeur obtenue justifie t-elle un ajustement affine ?
- 2- Le groupement des jeunes est en partenariat avec une ONG qui a promis de lui construire un magasin de stockage si sa production atteint 150 tonnes. Si la tendance observée se maintient en quelle année le groupement aura t-il son magasin ?

SESSION NORMALE 2003

Exercice 1

Le ministère de l'agriculture a accordé des subventions annuelles à une coopérative agricole pour la culture de l'hévéa. Le tableau ci-dessous donne, pour dix années, les subventions annuelles x_i (en dizaines de milliers de FCFA) et les productions annuelles y_i (en tonnes) correspondantes.

x_i	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y_i	3	3,3	5	4	7	6	7,5	9	8	

1- Dans un repère orthonormé (O, I, J) (unité graphique le cm), construire le nuage de points associé à cette série statistique double (X, Y).

2- a) Déterminer une équation de la droite de régression (D) de Y en X par la méthode des moindres carrés.

(Les résultats seront arrondis à l'ordre 2)

b) Tracer la droite (D) dans le même repère (O, I, J)

c) Selon l'ajustement précédent, à combien peut-on estimer la production annuelle pour une subvention annuelle de 150 000 FCFA ?

d) La coopérative veut répondre au besoin d'un client qui demande 10 tonnes de caoutchouc. Quelle est la subvention nécessaire pour atteindre cet objectif ?

Exercice 2

Dans un centre de 900 candidats aux baccalauréats le président du jury veut attribuer à chaque candidat un numéro personnel composé uniquement de chiffres.

1- Peut-il attribuer numéros composés de 2 chiffres uniquement? Justifier votre réponse.

2- Peut-il attribuer des numéros composés de 3 chiffres uniquement ? Justifier votre réponse.

3- A partir de la liste alphabétique des noms, le président de jury décide d'attribuer au premier candidat que le premier le numéro du candidat précédent augmenté de 3.

On définit ainsi une suite U .

a) Démontrer que la suite U est une suite arithmétique dont on précisera la raison

b) démontre que pour tout entier naturel non nul

c) Déterminez le numéro du 900^{ième} candidat.

Exercice 3

1 . Trouver deux nombres réels a et b tels que pour tout nombre réel x , on ait :

$$-x^3 + 2x^2 + x - 2 = (x^2 - 1)(ax + b)$$

2. Résoudre dans R les équations suivantes :

a) $(E_1): -x^3 + 2x^2 + x - 2 = 0$

b) $(E_2): -(\ln x) + 2(\ln x) + \ln x - 2 = 0$

c) $(E_3): e^{3x} - 2e^{2x} - e^x + 2 = 0$

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

PARTIE A

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

2. Calculer les limites de f aux bornes de D_f .

3- a) Démontrer que pour tout nombre réel x élément de D_f

b) En déduire le sens de variation de f sur D_f puis dresser son tableau de variation.

4. Calculer $f(2)$ et $f(4)$

5. Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, I, J) d'unité 2 cm. Soit (C) la courbe représentative de f

a) Démontrer que le point $\Omega\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ est centre de symétrie de (C)

b) Construire (C) .

6- a) Démontrer que la restriction de f à $]1; +\infty[$ admet une bijection réciproque g .

b) Donner l'ensemble de définition de g et déterminer $g(x)$ pour tout nombre réel x appartenant à l'ensemble de définition de g .

c) Tracer la représentation graphique de g dans le repère précédent.

PARTIE B

Soit la fonction h dérivable et définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $h(x) = x \ln\left(\frac{x}{x-1}\right) + \ln|x-1|$

1- Déterminer l'ensemble de définition D_h

2- Calculer $h'(x)$ pour tout réel x appartenant à D_h .

3- Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = 4$ donner une valeur approchée du résultat à 10^{-2} près