

**EXERCICE 1**

- Trouver trois nombres réels a , b et c tels que pour tout nombre réel x , on ait : $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = (x-2)(ax^2 + bx + c)$
- Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :
 - $(E_1) : x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0$;
 - $(E_2) : (\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 4\ln x - 12 = 0$;
 - $(E_3) : e^{3x} + 3e^{2x} - 4e^x - 12 = 0$

EXERCICE 2

Les codes d'une entreprise sont constitués de trois chiffres distincts suivis d'une lettre de l'alphabet français.

Exemples 245A et 018Q

- Démontrer que le nombre de codes possibles est 18720.
 - Déterminer le nombre de codes constitués uniquement de chiffres impaires et terminés par E
- Justifier que le nombre de codes constitués d'une voyelle, d'un seul chiffre pair et d'aucun chiffre nul est 1440
- On rappelle que le code fiable est celui énoncé à la question 2. Calculer la probabilité pour que le code soit fiable.

EXERCICE 3

Une machine est achetée à 300.000 CFA. Le prix de revente, exprimé en centaine de francs, est donné en fonction du nombre d'années d'utilisation par le tableau suivant :

- Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal du plan.

| | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|-----|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| y_i | 3000 | 2400 | 1920 | 1536 | 1229 | 983 |

Echelle : 2cm pour 1 année en abscisse et 1cm pour 20000 en ordonnée

- Calculer le coefficient de corrélation linéaire r entre x et y à 10^{-2} près.
 - Un ajustement affine est justifié ?
- On pose $z = \ln(y)$
 - Déterminer par la méthode de MAYER, une équation de la droite de régression de z en x
 - Construire la droite (D)
- On admet qu'une équation de cette droite est : $z = -0.22x + 8.01$
Donner une estimation du prix de revente de la machine après 10 ans d'utilisation

PROBLEME**Partie A**

Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - \ln x - x^2$.

- Calculer $g'(x)$ pour tout x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$. En déduire le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
- Calculer $g(1)$ et en déduire le signe de $g(x)$ pour x appartenant à l'intervalle $]0; +\infty[$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x} - x + 2$.

- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter graphiquement cette limite.
 - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - Justifier que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est asymptote à la courbe (C).
 - Etudier la position de la courbe (C) par rapport à la droite (D).
- Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
 - Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
- Déterminer les coordonnées du point A de la courbe (C) tel que la tangente en ce point soit Parallèle à l'asymptote (D).
 - Déterminer une équation de la droite (T), tangente à la courbe au point d'abscisse e .
- Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $]0; 1[$.
On appelle B le point d'abscisse α .
 - Montrer que, sur l'intervalle $[2; 3]$ l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution, notée β .
- Dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, Placer les points A et B puis tracer les droites (D), (T) et (C).

NB : On donne $\beta = 2,3$ et $\alpha = 0,5$