

EXERCICE 1 (3,0 POINTS)

On pose pour tout nombre réel $P(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 6$

1-a) Vérifier que $P(1) = 0$ et écrire $P(x)$ en produits de facteurs de polynômes de degré 1,

b) En déduire l'ensemble des solutions dans de l'inéquation $P(x) < 0$

2- Utiliser les résultats de la question (1) pour résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) L'équation (E) : $1 - 2e^{-2x} + 7e^{-2x} - 6e^{-3x} = 0$

b) Le système : (I) :
$$\begin{cases} \ln y - 2 \ln x = 0 \\ \frac{e^y}{e^x} = \left(\frac{1}{e}\right)^6 \end{cases}$$

EXERCICE 2 (3,0 POINTS)

Dans une entreprise de 120 salariés, on sait parler au moins une langue parmi l'Allemand, l'Espagnol, l'Anglais. 8 personnes parlent les trois langues, 2 parlent l'Allemand et l'Espagnol mais pas l'Anglais, 10 parlent uniquement l'Espagnol, 101 personnes parlent l'Anglais, 50 personnes parlent l'Espagnol, 52 personnes parlent l'Allemand.

On désigne par A, B et C respectivement les ensembles des personnes qui parlent l'Allemand, l'Espagnol, l'Anglais.

1-Justifier que le nombre de personnes qui parlent l'Anglais et l'Espagnol, mais pas l'Allemand est 30.

2- Déterminer le nombre de personnes qui parlent l'Allemand et l'Anglais mais pas l'Espagnol

3- Déterminer le nombre de personnes qui parlent l'Anglais seulement

4- Déterminer Le nombre de personnes qui parlent l'Allemand seulement

EXERCICE 3 (4,0 POINTS)

Le tableau suivant indique pour chaque année, le nombre de milliers de mariages contractés dans les mairies de Côte-d'Ivoire. x_i désigne le rang de l'année tandis que y_i désigne le nombre (en millier) de mariages.

Le nombre de milliers de mariages contractés en 2005 et en 2008 dans les archives de la direction générale des statistiques ont été égarés. Cependant, ces valeurs avaient permis par la méthode des moindres carrées

d'obtenir la droite de régression de y en x dont l'équation réduite est la suivante : $y = -22x + 397$

1) On suppose que la relation entre x et y traduite par la droite (D) reste encore valable pour les années avenir :

a) A combien peut-on estimer le nombre de mariage en Côte-D'ivoire au cours de l'année 2015.

Années	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	395	374	p	334	312	q	266

b) A partir de combien d'années y aura-t-il deux fois moins de mariages qu'en 2003 ?

2) a. Calculer la moyenne $\bar{X}$ et la variance $V(X)$ de X.

b. Vérifier que : $\bar{Y} = \frac{p+q+1681}{7}$ et $\text{Cov}(X;Y) = \frac{2q-p-823}{7}$

3) Déterminer les valeurs de p et de q

PROBLEME (9,0 POINTS)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{e^x - x}$. On note (C_f) sa courbe représentative dans le plan

rapporté au repère orthogonal (O, I, J) , l'unité graphique est 2 cm sur l'axe des abscisses et 5 cm sur l'axe des ordonnées.

PARTIE A

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x - 1$.

1. Etudier les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$. En déduire le signe de g.

2. Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = e^x - x > 0$

PARTIE B

1. Justifier que $D_f = \mathbb{R}$

2. a. Justifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ b. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

3. a. Justifier que $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$

b. Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation.

4. a. Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.

b. A l'aide de la **Partie A**, étudier la position de la courbe (C) par rapport à la droite (T)

5. Tracer la droite (T), les asymptotes et la courbe (C_f) .