PREPABAC TEST 9	EPREUVE DE MATHEMATIQUES : SERIE G2	ANNEE SCOLAIRE: 2011-2012
		DUREE : 3 HEURES

EXERCICE 1 :
Renforcement sur les calculs des dérivées des fonctions logarithmes Népériens et Exponentielles
Enoncé : Déterminer les dérivées des fonctions suivantes

PARTIE A

$f(x) = \ln x + 2$; $g(x) = x\ln x - x$; $h(x) = 3x\ln x + x^2$; $k(x) = x\ln|1-x| + x^2$; $h(x) = (x-1)\ln x$; $h(x) = \dfrac{2\ln x}{x+1}$;

$P(x) = \dfrac{2\ln x}{x+1}$; $Q(x) = \left[\ln(x+1)\right]^2$; $s(x) = e^x + \ln|x|$; $r(x) = -2e^{x^2+1} - e^{-2x}$: $s(x) = \dfrac{e^x}{\ln x}$; $T(x) = \dfrac{e^x}{\ln x + 1}$;

$f(x) = \dfrac{x+2+\ln x}{x}$; $g(x) = x - 5 + 5\ln x$; $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$; $f(x) = x + 1 + 2\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$; $f(x) = e^{2x} - 10e^x + 16$

$f(x) = (x+1)e^{-x} - x^2 + 3$; $F(x) = \dfrac{1}{2}e^{2x} - 4e^x + 6x$; $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^x$; $f(x) = x + 2 - \dfrac{4e^x}{e^x+2}$; $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{\ln x}{x}$

$g(x) = (\ln x)^2$; $g(x) = e^{-x}(-3x+1) + 1$; $g(x) = 2e^x - x - 2$; $g(x) = \dfrac{x}{e^{-x} - x}$; $l(x) = e^{\ln(x+1)}$; $h(x) = \ln(e^x - x)$

PARTIE B

a) $f(x) = \ln(4x+5)$
b) $f(x) = \ln|x^2 + 3x + 4|$
c) $f(x) = \ln(x-1)$
d) $f(x) = \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

e) $f(x) = e^{(3-2x)}$
d) $f(x) = e^{(2x^2-3x+2)}$
f) $f(x) = e^{\left(\frac{2x+3}{x+1}\right)}$
g) $f(x) = e^{(\sqrt{x})}$

PROBLEME
PARTIE A

On considère la fonction g définie sur $[0;+\infty[$ par $g(x) = 1 - xe^{-x}$

1- a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ $\left(\text{On remarquera que } xe^{-x} = \dfrac{x}{e^x}\right)$ b) Soit g' la fonction dérivée de la fonction g.

Calculer et étudier pour tout x élément de $[0;+\infty[$ le signe de $g'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction g.

2- En utilisant le tableau de variation de la fonction g, démontrer que $\forall x \in [0;+\infty[, g(x) > 0$

PARTIE B

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = e^{-x} + \ln x$. On note (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonornal (O, I, J) d'unité graphique 4 cm.

1- a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu. b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- Soit f' la fonction dérivée de f.

a) Calculer pour tout $x \in]0;+\infty[$, $f'(x)$ et Justifier que : $\forall x \in]0;+\infty[, f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$

b) En utilisant la question 2 de la partie A, déterminer le signe de $f'(x)$

c) Etablir le tableau de variation de la fonction f.

3 a) Démontrer que l'équation $x \in]0;+\infty[, f(x) = 0$ admet une solution unique qu'on notera α.

b) Justifier que $0,5 < \alpha < 0,6$

3- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant

x	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$						

b) Construire la courbe (C_f) dans le repère (O, I, J).

Partie C

Soit G la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $G(x) = x\ln x - x$

a)Calculer $G'(x)$ b) Déterminer une primitive F de f sur $]0;+\infty[$

2) calculer en cm^2 la valeur exacte puis l'arrondi d'ordre 1 de l'aire S de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisse la courbe (C) les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$.